



**SIEMENS**

Amer Delić, Bsc

# **Fahrkomfortgewinn durch Regelung aktiver Federungssysteme in der Sekundärstufe eines Schienenfahrzeugfahrwerks**

## **Masterarbeit**

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieur  
Masterstudium: Elektrotechnik

eingereicht an der

**Technische Universität Graz**

Betreuer seitens Siemens Mobility Austria GmbH:  
Dipl.-Ing. Dr. techn. Rosenberger Martin  
Dipl.-Ing. Rackl Hugo

Betreuer seitens Technische Universität Graz:  
Assoc.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reichhartinger Markus  
Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Graz, September 2022



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Masterarbeit unterstützt und motiviert haben.

Zuerst möchte ich mich bei meinem Betreuer seitens Technischer Universität Graz, dem Herrn Assoc.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Reichhartinger Markus, für die fachliche Beratung im Bereich Regelungstechnik und die Begutachtung meiner Masterarbeit bedanken.

Ein besonderer Dank gilt den Betreuern meiner Arbeit seitens Siemens Mobility Austria GmbH, dem Herrn Dipl.-Ing. Dr. techn. Rosenberger Martin und dem Herrn Dipl.-Ing. Rackl Hugo, die mit ihrem fachlichen Wissen im Bereich Schienenfahrzeugtechnik eine entscheidende Stütze waren.

Das gilt auch für den Herrn Dipl.-Ing. Kienberger Andreas, der stets ein Verständnis für meine Fragestellungen zeigte und mich immer wieder mit der richtigen Hilfestellung auf den richtigen Weg führte.

Ich möchte mich auch bei meiner Familie, vor allem meiner Mutter, meiner Schwester und meiner Tante, bedanken, die mich stets während meines Studiums unterstützt haben.

Schließlich möchte ich eine sehr persönliche Danksagung meiner Freundin Danira für ihre bedingungslose Unterstützung aussprechen, die mir immer wieder Zuversicht gegeben hat, auch in schwierigen Phasen nicht aufzugeben und mein Ziel konsequent weiterzuverfolgen.

# Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Das in TUGRAZonline hochgeladene Textdokument ist mit der vorliegenden Diplomarbeit identisch.

---

Datum

---

Unterschrift



# Kurzfassung

Schienenfahrzeuge mit konventionellen Federungssystemen sind rein passive Systeme, deren dynamisches Verhalten durch fest vorgegebene Parameter, wie z.B. Feder- und Dämpferkonstante, bestimmt ist. Die Auslegung von konventionellen passiven Systemen beruht daher immer auf einer Optimierung, sodass sich widersprechende Anforderungen möglichst gut erfüllt werden. Mithilfe aktiver Federungssysteme kann hingegen eine global optimale Lösung gefunden und ein besseres dynamisches Verhalten erreicht werden. Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Implementierung und der Regelung eines aktiven Federungssystems in der Sekundärstufe eines Schienenfahrzeugfahrwerks. Das Ziel dabei ist eine Fahrkomfortverbesserung gegenüber dem Fahrzeug mit konventionellen passiven Federungssystemen. Das aktive System wird in lateraler Richtung implementiert und eine Zustandsregelung so entworfen, dass die lateralen Wagenkastenbeschleunigungen möglichst reduziert werden. Der Entwurf des Zustandsreglers erfolgt an einem vereinfachten Fahrzeugmodell mit 17 Freiheitsgraden. Die entworfene Regelung wird anschließend um einen, in der Praxis notwendigen, Beobachter erweitert. Simulationsergebnisse zeigen, dass mit der entworfene Regelung bzw. dem aktiven System eine Reduktion der Lateralbeschleunigungen am Wagenkastenboden von etwa 50% und somit eine signifikante Fahrkomfortverbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug erreicht werden kann.

# Abstract

Railway vehicles with conventional suspension systems are passive systems whose dynamic behavior is determined by fixed parameters such as spring rates and damping constants. The design of conventional passive suspension systems is therefore always based on finding a trade-off solution so that contradictory requirements are fulfilled as good as possible. On the other hand, by implementing active suspension systems a global optimal solution can be found and thus a better dynamic behavior can be achieved. This thesis deals with the implementation and control of an active secondary suspension system to improve the ride comfort compared to a vehicle with conventional passive suspensions. The active system is implemented in the lateral direction and a state feedback controller is designed in a such way that the lateral carbody accelerations are reduced. The controller is designed on a simplified vehicle model with 17 DOF. The control scheme is then extended by an observer. Simulation results show that with the active suspension system, a reduction of the lateral accelerations on the carbody floor of about 50% and thus a significant improvement of ride comfort compared to the passive vehicle can be achieved.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation . . . . .	1
1.2. Ziel und Struktur der Arbeit . . . . .	2
<b>2. Grundlagen der Schienenfahrzeugdynamik</b>	<b>3</b>
2.1. Aufgabe, Unterteilung und Aufbau von Schienenfahrzeugen .	3
2.2. Aufbau von Fahrwerken . . . . .	4
2.3. Rad/Schiene-Kontakt . . . . .	5
2.4. Linearisierung und äquivalente Konizität . . . . .	10
2.5. Gleislagefehler und Fahrzeuganregung . . . . .	12
<b>3. Aktive Systeme bei Schienenfahrzeugen</b>	<b>14</b>
3.1. Konzept der aktiven Systeme . . . . .	14
3.2. Einteilung der aktiven Systeme . . . . .	15
3.3. Aktive Systeme in der Sekundärstufe . . . . .	17
<b>4. Fahrkomfortbeurteilung</b>	<b>20</b>
4.1. Schwingungseinwirkung auf Menschen . . . . .	20
4.2. Wertungszahl nach Sperling . . . . .	21
4.3. Vereinfachtes Verfahren für mittleren Komfort nach EN 12299	24
<b>5. Modelle</b>	<b>28</b>
5.1. Fahrzeugmodell . . . . .	28
5.2. Analytisches Fahrzeugmodell . . . . .	29
5.3. Rad/Schiene-Profilpaarungen . . . . .	34
5.4. Modellvalidierung . . . . .	37
5.5. Aktuator . . . . .	38
5.6. Co-Simulation . . . . .	39
<b>6. Regler</b>	<b>41</b>
6.1. Regelungsziel und Anforderungen . . . . .	41
6.2. Regelungskonzepte . . . . .	42
6.2.1. Skyhook-Regelung . . . . .	42
6.2.2. Zustandsregelung . . . . .	44
6.3. Reglerentwurf . . . . .	46

<b>7. Beobachter</b>	<b>56</b>
7.1. Luenberger-Beobachter . . . . .	56
7.2. Kontrollbeobachter und Separationstheorem . . . . .	58
7.3. Beobachterentwurf . . . . .	59
7.4. Berücksichtigung der quasi-statischen Beschleunigungen . . .	64
<b>8. Untersuchung der Simulationsergebnisse</b>	<b>67</b>
8.1. Aktuatordynamik . . . . .	67
8.2. Simulationsergebnisse . . . . .	69
<b>9. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>77</b>
<b>Literatur</b>	<b>79</b>
<b>A. Wagenkasteneigenformen</b>	<b>82</b>
<b>B. Herleitung des analytischen Modells</b>	<b>84</b>
B.1. Festlegen der Freiheitsgrade . . . . .	86
B.2. Ermittlung der Kräfte in den einzelnen Koppelementen . .	86
B.3. Aufstellen der Bewegungsgleichungen mittels Impuls- und Drallsätze . . . . .	92
B.4. Ermittlung der endgültigen Bewegungsgleichungen . . . . .	94
<b>C. Parameterliste</b>	<b>97</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1.	Beispiel eines Fahrwerks [3] . . . . .	5
2.2.	Radprofil [3] . . . . .	6
2.3.	Schienenprofil [3] . . . . .	7
2.4.	Kontaktkräfte 1 [3] . . . . .	8
2.5.	Kontaktkräfte 2 [3] . . . . .	8
2.6.	Form und Größe der Kontaktellipse in Abhängigkeit vom Kontaktpunkt [3] . . . . .	9
2.7.	Rollradiendifferenzfunktion und äquivalente Konizität [3] . .	10
2.8.	Linearisierung der Kontaktgeometrie [3] . . . . .	11
2.9.	Gleislagefehler [3] . . . . .	13
3.1.	Konzept der aktiven Systemen . . . . .	15
3.2.	Schematische Darstellung des Konzeptes der aktiven Systeme in der Primärstufe (links) und der Sekundärstufe (rechts) eines Fahrwerks . . . . .	16
3.3.	Schematische Darstellung des Konzeptes der semi-aktiven (links) und der aktiven Systeme (rechts) in der Sekundärstufe eines Fahrwerks . . . . .	17
3.4.	Schematische Darstellung der möglichen mechanischen Konfigurationen in der Sekundärstufe eines Fahrwerks . . . . .	19
4.1.	Frequenzabhängige Bewertungsfunktionen für vertikale und laterale Schwingungen . . . . .	22
4.2.	Bewertungsfilter nach ISO 2631 . . . . .	26
5.1.	Fahrzeugmodell - Gesamtfahrzeug . . . . .	28
5.2.	Fahrzeugmodell - Drehgestell . . . . .	29
5.3.	Analytisches Fahrzeugmodell - Obenansicht (xy-Ebene) . . .	30
5.4.	Analytisches Fahrzeugmodell - Seitenansicht (xz-Ebene) . . .	30
5.5.	Analytisches Fahrzeugmodell - Hintenansicht (yz-Ebene) . . .	31
5.6.	Rad/Schiene-Profilpaarung mit $\lambda = 0.01$ . . . . .	34
5.7.	Rad/Schiene-Profilpaarung mit $\lambda = 0.17$ . . . . .	35
5.8.	Rad/Schiene-Profilpaarung mit $\lambda = 0.29$ . . . . .	36
5.9.	Vergleich der Wurzelortskurven für $\lambda = 0.17$ . . . . .	37
5.10.	Vergleich der Wurzelortskurven für $\lambda = 0.29$ . . . . .	38
5.11.	Sprungantwort eines $PT_1$ -Glieds mit der Zeitkonstante $T$ [15]	39

5.12. Schematische Darstellung der Co-Simulation mittels SIMAT-Schnittstelle . . . . .	40
6.1. Schematische Darstellung der Konfiguration mit dem konventionellen passiven System (a), der idealen skyhook-Konfiguration (b) und der realen skyhook-Konfiguration (c) in der Sekundärstufe in Vertikalrichtung . . . . .	43
6.2. Praktische Implementierung der skyhook-Regelung . . . . .	44
6.3. Zustandsregelung [14] . . . . .	44
6.4. Reglerentwurf - Simulink-Koppelplan . . . . .	48
6.5. Synthetische Gleislagestörungen . . . . .	49
6.6. Leistungsdichtespektrum der synthetischen Gleislagestörungen . . . . .	49
6.7. Regler 1 - Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen für verschiedene Gewichtungen $\rho$ . . . . .	50
6.8. Regler 1 - Aktuatorkräfte . . . . .	51
6.9. Regler 1 - Lateralverschiebung des Aktuators . . . . .	51
6.10. Regler 2 - Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen für verschiedene Gewichtungen $\rho$ . . . . .	52
6.11. Regler 2 - Aktuatorkräfte . . . . .	53
6.12. Regler 2 - Lateralverschiebung des Aktuators . . . . .	53
7.1. Luenberger-Beobachter [14] . . . . .	57
7.2. Kontrollbeobachter [14] . . . . .	59
7.3. Beobachterentwurf - Simulink-Koppelplan . . . . .	62
7.5. Verläufe der Zustandsgrößen des vorderen Drehgestellrahmens (blau - wahrer Verlauf, orange- geschätzter Verlauf) . . . . .	62
7.4. Verläufe der Zustandsgrößen des Wagenkastens (blau - wahrer Verlauf, orange- geschätzter Verlauf) . . . . .	63
7.6. Verläufe der Zustandsgrößen des vorderen Radsatzes und der Schlingerdämpfer des hinteren Drehgestellrahmens (blau - wahrer Verlauf, orange- geschätzter Verlauf) . . . . .	63
7.7. Gleisüberhöhung im Bogen [3] . . . . .	64
7.8. Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens beim Bogenlauf ohne Berücksichtigung der quasi-statischen Lateralbeschleunigungen . . . . .	65
7.9. Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens beim Bogenlauf mit Berücksichtigung der quasi-statischen Lateralbeschleunigungen . . . . .	66
8.1. Aktuatordynamik - Effektivwerte der Lateralbeschleunigungen für verschiedene Werte der Eckfrequenz $f_{PT_1}$ . . . . .	68
8.2. Bode-Diagramm eines $PT_1$ -Glieds mit der Eckfrequenz $f_{PT_1} = 10Hz$ . . . . .	69
8.3. Simulationsstrecke - Überhöhung der Außenschiene und Krümmung . . . . .	70

## Abbildungsverzeichnis

---

8.4. Simulink-Koppelplan des Gesamtsystems . . . . .	71
8.5. Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen . . . . .	72
8.6. Aktuatorkräfte . . . . .	73
8.7. Lateralverschiebung des Aktuators . . . . .	73
8.8. Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen (mit Lateraldämpfer) . . . . .	74
8.9. Aktuatorkräfte (mit Lateraldämpfer) . . . . .	75
8.10. Lateralverschiebung des Aktuators (mit Lateraldämpfer) . . . . .	75
A.1. Wagenkasteneigenformen . . . . .	83
B.1. Analytisches Fahrzeugmodell - Obenansicht (xy-Ebene) . . . . .	85
B.2. Analytisches Fahrzeugmodell - Seitenansicht (xz-Ebene) . . . . .	85
B.3. Analytisches Fahrzeugmodell - Hintenansicht (yz-Ebene) . . . . .	85



# Tabellenverzeichnis

4.1.	Verbale Beschreibung der $W_z$ -Werte bei der Fahrkomfortbeurteilung . . . . .	23
4.2.	Verbale Beschreibung der $W_z$ -Werte bei der Beurteilung der allgemeinen Laufeigenschaften . . . . .	23
4.3.	Verbale Beschreibung der $N_{mv}$ -Werte bei der Fahrkomfortbeurteilung . . . . .	26
5.1.	Freiheitsgrade und Stellgrößen des analytischen Modells . . .	31
6.1.	Regler 1 - Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte für verschiedene Gewichtungen $\rho$ und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug . . . . .	50
6.2.	Regler 2 - Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte für verschiedene Gewichtungen $\rho$ und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug . . . . .	52
6.3.	Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit $\lambda = 0.01$ und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug . . . . .	55
6.4.	Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit $\lambda = 0.29$ und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug . . . . .	55
6.5.	Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit $v = 230\text{km/h}$ und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug . . . . .	55
6.6.	Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit $v = 360\text{km/h}$ und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug . . . . .	55
8.1.	Aktuatordynamik - Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte für verschiedene Eckfrequenzen $f_{PT_1}$ des Aktuators und prozentuale Abweichung von dem idealen Aktuator . . . . .	68
8.2.	Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug	72
8.3.	Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug (mit Lateraldämpfer) . . . . .	74

## Tabellenverzeichnis

---

B.1. Längenänderungen in den Federn für die einzelnen Verschiebungen bzw. Verdrehungen . . . . .	88
B.2. Geschwindigkeitsänderungen in den Dämpfern für die einzelnen Verschiebungen bzw. Verdrehungen . . . . .	89
B.3. Federkräfte . . . . .	90
B.4. Dämpferkräfte . . . . .	91

# Abkürzungen

<b>WK</b>	Wagenkasten
<b>DG</b>	Drehgestell
<b>RS</b>	Radsatz
<b>PF</b>	Primärfeder
<b>PD</b>	Primärdämpfer
<b>PWS</b>	Wankstab der Primärstufe
<b>SF</b>	Sekundärfeder
<b>LF</b>	Luftfeder
<b>SVD</b>	Vertikaldämpfer der Sekundärstufe
<b>SWS</b>	Wankstab der Sekundärstufe
<b>QD</b>	Querdämpfer (Lateraldämpfer)
<b>SD</b>	Schlinderdämpfer
<b>QP</b>	Querpuffer

# 1. Einleitung

Das Kapitel beginnt mit einer allgemeinen Einleitung in das Thema der aktiven Federungssystemen bei Schienenfahrzeugen und einer Motivation für ihren Einsatz. Anschließend werden das Ziel und die Struktur dieser Arbeit erläutert.

## 1.1. Motivation

Konventionelle passive Federungssysteme sind im Grunde mechanische Systeme, die aus Federn und Dämpfern bestehen. Das dynamische Verhalten von Schienenfahrzeugen mit konventionellen passiven Federungssystemen ist somit durch fest vorgegebene Parameter wie Feder- und Dämpferkonstanten bzw. Feder- und Dämpferkennlinien bestimmt. Das bedeutet, dass bei der Auslegung von solchen Systemen immer eine Kompromisslösung gefunden werden muss, damit das dynamische Verhalten bei verschiedenen Betriebsbedingungen zufriedenstellend ist. In der Primärstufe eines Fahrwerks ist es ein Kompromiss zwischen der Fahrstabilität und dem Bogenlaufverhalten, während es in der Sekundärstufe ein Kompromiss zwischen Fahrkomfort und Federweg ist. Im Gegensatz zu passiven Federungssystemen, kann mithilfe aktiver Federungssysteme eine *optimale* Lösung gefunden werden, sodass sich widersprechende Anforderungen erfüllt und bessere dynamische Eigenschaften erreicht werden. Obwohl die aktiven Technologien in Schienenfahrzeugen bereits seit einigen Jahrzehnten sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht werden, haben sie sich in der Praxis noch nicht etabliert. Der Hauptgrund für den mangelnden Erfolg sind vor allem hohe Implementierungs- und Wartungskosten sowie die Frage der Zuverlässigkeit und Ausfallsicherheit. Jedoch, falls sich ein Konzept mit akzeptablem Preis-Leistungs-Verhältnis und hoher Zuverlässigkeit bzw. Ausfallsicherheit finden lässt, dann besteht zweifellos ein hohes Implementierungspotential.

Der Fahrkomfort und das Schwingungsverhalten sind neben der Fahrstabilität und der Fahrwegbeanspruchung einige der wichtigsten dynamischen Eigenschaften von Schienenfahrzeugen. Damit die Schienenfahrzeuge gegenüber anderen Verkehrsmitteln konkurrenzfähig bleiben, werden Fahrzeuge mit hohen Fahrgeschwindigkeiten entwickelt. Die Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit und die Rückwirkungen durch Trassierung und Gleis-

lage können die Zug- und Fahrzeugeigenformen verändern, zu höheren Beschleunigungen und Kräften am Fahrwerk und am Wagenkasten führen und sich dadurch negativ auf die dynamischen Eigenschaften und somit auch auf den Fahrkomfort und das Schwingungsverhalten auswirken. Bei konventionellen passiven Federungssystemen, die auf einer Optimierung beruhen und unter solchen Bedingungen „irgendwann einmal“ ihre Limits erreichen, kann es schwierig werden, diese Eigenschaften auf einem akzeptablen Niveau aufrechtzuerhalten. Durch die Implementierung eines (semi-)aktiven Federungssystems in der Sekundärstufe können die Beschleunigungen am Fahrzeug und der damit gekoppelte Fahrkomfort und das Schwingungsverhalten bei höheren Fahrgeschwindigkeiten oder schlechteren Fahrwegverhältnissen verbessert oder zumindest aufrechterhalten werden. Die aktiven Federungssysteme stellen also eine alternative Lösung im Fall, dass die Fahrgeschwindigkeit erhöht oder die Gleiswartungskosten reduziert werden müssen, dar.

### **1.2. Ziel und Struktur der Arbeit**

Das Ziel dieser Arbeit ist, durch den Einsatz von aktiven Federungssystemen in der Sekundärstufe, eine Fahrkomfortverbesserung gegenüber passiven Federungssystemen zu erzielen. Die Lateraldämpfer in der Sekundärstufe werden dabei durch Aktuatoren ersetzt. Für die Aktuatoren soll eine Regelung so entworfen werden, dass die gemessenen Lateralbeschleunigungen am Wagenkastenboden möglichst reduziert werden, um eine größtmögliche Fahrkomfortverbesserung zu erreichen. Außerdem sollen die Aktuatorkräfte und die Lateralverschiebung des Aktuators die übliche Größenordnung nicht überschreiten.

Nach der kurzen Einleitung in Kapitel 1, werden im theoretischen Teil beginnend mit Kapitel 2 zuerst einige Grundlagen der Schienenfahrzeugdynamik, die für das bessere Verständnis der Arbeit notwendig sind, behandelt. In Kapitel 3 werden die grundlegenden Konzepte der aktiven Federungssystemen in Schienenfahrzeugen erläutert. Kapitel 4 befasst sich mit der Schwingungseinwirkung auf den Menschen und der Fahrkomfortbeurteilung. Im praktischen Teil beginnend mit Kapitel 5 werden zunächst die verwendeten Schienenfahrzeugmodelle vorgestellt. In Kapitel 6 bzw. 7 wird, nach einer kurzen theoretischen Einleitung, der Regler- bzw. Beobachterentwurf in Detail beschrieben. Die entworfene Regelung bzw. das aktive Fahrzeug werden anschließend an einer realistischen Strecke und unter verschiedenen Bedingungen simuliert. In Kapitel 8 werden die Simulationsergebnisse dargestellt und mit denen des passiven Fahrzeugs verglichen. Letztendlich, in Kapitel 9 folgt die Zusammenfassung der Arbeit und der Ausblick auf zukünftige Arbeiten.

## 2. Grundlagen der Schienenfahrzeugdynamik

Dieses Kapitel soll einige, für das weitere Verständnis dieser Arbeit notwendigen, Grundlagen der Schienenfahrzeugdynamik erläutern. Das Kapitel beginnt mit einer allgemeinen Einführung in die Schienenfahrzeugtechnik. Anschließend werden der Aufbau von Fahrwerken und die Aufgaben einzelner Federungsstufen kurz beschrieben. Danach wird der wichtigste Teilaspekt der Schienenfahrzeugdynamik - der Rad/Schiene-Kontakt und die Kräfte, die zwischen Rad und Schiene auftreten - ausführlich diskutiert. Dem folgt die Erklärung der äquivalenten Konizität. Abschließend werden die Gleislagefehler und ihre Auswirkung auf das dynamische Verhalten von Schienenfahrzeugen diskutiert.

### 2.1. Aufgabe, Unterteilung und Aufbau von Schienenfahrzeugen

Schienenfahrzeuge sind spurgebundene Fahrzeuge, die von, mit Spurkranz versehenen Rädern auf einem Gleis mit einer bestimmten gleichbleibenden Spurweite gebildet sind, geführt und getragen werden [9]. Rad und Schiene sind dabei ein eng aufeinander abgestimmtes System, das üblicherweise als Rad/Schiene-System bezeichnet wird. Die Hauptaufgaben eines Fahrzeugs bzw. Rad/Schiene-Systems lassen sich in drei Gruppen unterteilen [3, 5]:

- Tragfunktion
- Führungsfunktion
- Antriebs- und Bremsfunktion

Unter der Tragfunktion versteht man das Abstützen des Gesamtgewichts vom Fahrzeug in *vertikaler* Richtung. Die Führungsfunktion bedeutet, dass das Rad/Schiene-System dafür sorgen muss, dass die *lateralen* Verschiebungen beim Lauf im geraden Gleis möglichst gering sind bzw. beim Bogenlauf in engen Grenzen gehalten werden. Außerdem muss das Rad/Schiene-System das Antreiben und Bremsen bzw. die, für eine Bewegung in *longitudinale* Richtung, notwendigen Kräfte übertragen [3, 5].

In der Literatur sind verschiedene Unterteilungen von Schienenfahrzeugen zu finden. Üblich ist eine Unterteilung auf [3]:

- Eisenbahnfahrzeuge
  - Triebfahrzeuge
  - Wagen
  - Arbeits- und Sonderfahrzeuge
- Straßenbahn- und U-Bahnfahrzeuge
  - Personenfahrzeuge
  - Betriebsfahrzeuge
- sonstige Schienenfahrzeuge

Die einzelnen Schienenfahrzeuge unterscheiden sich grundsätzlich in ihrem Aufbau. Diese Unterschiede sind auch durch verschiedene Fahrweg- und Betriebsbedingungen bedingt. Die meisten modernen Schienenfahrzeugen sind so aufgebaut, dass sie aus einem Wagenkasten, zwei Drehgestellrahmen und vier Radsätzen bestehen. In dem Sinne spricht man auch von einem *vierachsigen* Drehgestellfahrzeug. Die einzelnen Radsätze sind dabei über die Feder und die Dämpfer der *Primärstufe* mit dem Drehgestellrahmen gekoppelt. Dieser ist wiederum über die Feder und die Dämpfer der *Sekundärstufe* mit dem Wagenkasten gekoppelt. Das Verwenden von Drehgestellrahmen bringt i.A. einige Vorteile mit sich. Einerseits verbessert es das Bogenlaufverhalten und verringert das Entgleisungsrisiko im Vergleich zu Fahrzeugen mit einer direkten Kopplung zwischen Radsatz und Wagenkasten. Andererseits reduziert es die Rad/Schiene-Kräfte sowie die Wagenkastenschwingungen.

Neben den 4-achsigen sind heutzutage auch 6- und 8-achsige Drehgestellfahrzeuge mit unterschiedlichen Ausführungsformen sowie die Fahrzeuge mit den sogenannten Jakobsdrehgestellen, die praktisch als Gelenke zwischen einzelnen Wagen dienen, üblich. Diese Arbeit beschäftigt sich mit einem vierachsigen Drehgestellfahrzeug.

### 2.2. Aufbau von Fahrwerken

Das Fahrwerk ist der Teil des Schienenfahrzeugs, der den Wagenkasten trägt und mit dem das Fahrzeug auf den Schienen fährt bzw. geführt wird. Es dient auch zu Übertragung der Antriebs- und Bremskräfte [3].

Abbildung 2.1 zeigt das Beispiel eines Fahrwerks bestehend aus einem Drehgestellrahmen und zwei Radsätzen. Sämtliche Bauelemente lassen sich zu folgenden Baugruppen zusammenfassen [3]:

- Radsätze einschließlich Radsatzlagerung
- Radsatzführung
- Federungssysteme (primär und sekundär)
- Drehgestellrahmen

- Antriebs- und Bremsenrichtung
- Abstützung und Anlenkung des Wagenkastens

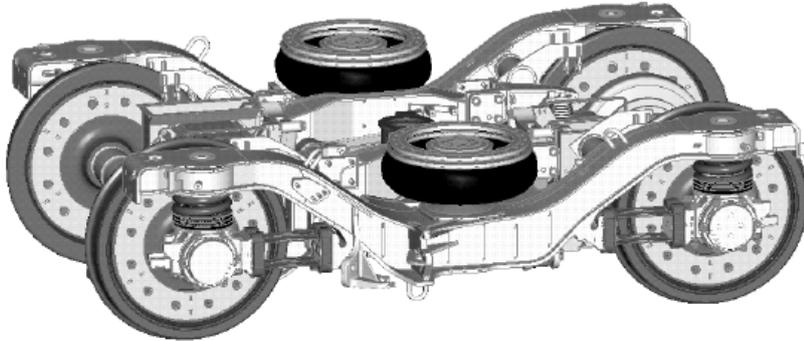


Abbildung 2.1.: Beispiel eines Fahrwerks [3]

Das Federungssystem besteht grundsätzlich aus den Federn und den Dämpfern, die die einzelnen Radsätze mit dem Wagenkasten verbinden. Bei Drehgestellfahrzeugen wird es meist zweistufig ausgeführt. Wie bereits erwähnt, verbindet das Federungssystem der Primärstufe die einzelnen Radsätze mit dem Drehgestellrahmen, der wiederum über das Federungssystem der Sekundärstufe mit dem Wagenkasten gekoppelt ist. Die Hauptaufgaben der Primärstufe sind Gewährleistung der Fahrstabilität und der Entgleisungssicherheit, Ermöglichen eines akzeptablen Bogenlaufverhaltens und Reduktion der Rad/Schiene-Kräfte. Die Sekundärstufe ist grundsätzlich für schwingungstechnische und akustische Entkopplung des Wagenkastens vom Radsatz und einen guten Fahrkomfort zuständig. Zur Realisierung von Federungssystemen steht eine Reihe von Konstruktionselementen zur Verfügung. Bei Schienenfahrzeugen für den Personenverkehr werden üblicherweise in der Primärstufe die Gummi- und Schraubenfeder sowie viskose Dämpfer eingesetzt, während in der Sekundärstufe Luftfeder und viskose Dämpfer üblich sind.

### 2.3. Rad/Schiene-Kontakt

Das Lauf- und Schwingungsverhalten von Schienenfahrzeugen wird grundsätzlich durch die Kräfte in der Kontaktfläche zwischen Rad und Schiene bestimmt. Diese sind wiederum von den nichtlinearen Rad- und Schienenprofilen stark beeinflusst [3, 5].

In Abbildung 2.2 ist die allgemeine Form des Radprofils dargestellt. Dieses besteht aus einem innenliegenden Spurkranz, einem kreisförmigen Übergangsbereich (Hohlkehle) und einer kegelförmigen Lauffläche. Der

Spurkranz ist ebenfalls als ein steiler Kegel ausgeführt und dient als Sicherheit gegen Entgleisen. Beim Lauf im geraden Gleis liegt der Kontaktpunkt zwischen Rad und Schiene meistens im Bereich der Lauffläche. Bei Auslenkungen, die in der Realität aufgrund der Gleislageabweichungen unvermeidbar sind, und beim Bogenlauf verschiebt sich der Kontaktpunkt an einem Rad in Richtung der Hohlkehle bzw. des Spurkranzes und am gegenüberliegenden Rad in Gegenrichtung. Das resultiert in unterschiedlichen Rollradien der einzelnen Räder und das wiederum führt dazu, dass der Radsatz in zentrische Lage zurückkehrt. Sobald es zu einem Spurkranzkontakt kommt, übernimmt dieser die Führungsfunktion und wirkt mit einer hohen Rückstellkraft in Richtung Gleismitte entgegen.

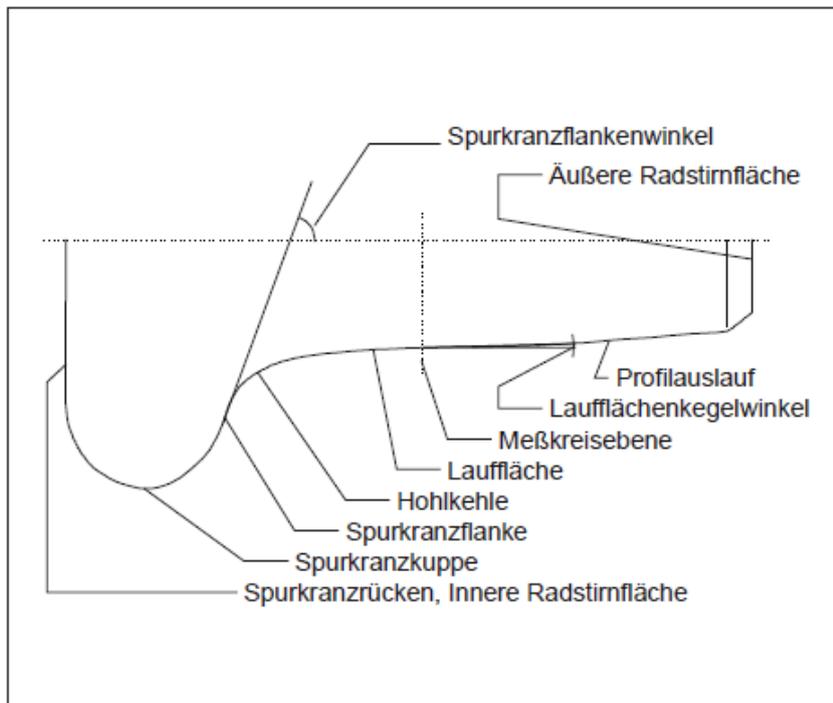


Abbildung 2.2.: Radprofil [3]

Abbildung 2.3 zeigt die allgemeine Form des Schienenprofils. Die wichtigsten Bereiche des Schienenprofils sind die Lauf- oder Fahrfläche, die innenliegende Schienenkopfrundung und die Schienenoberkante. Bei Auslenkungen und Lauf im Bogen verschiebt sich der Kontaktpunkt an einer Schiene in Richtung der innenliegenden Schienenkopfrundung und an der anderen in Richtung der Schienenoberkante.

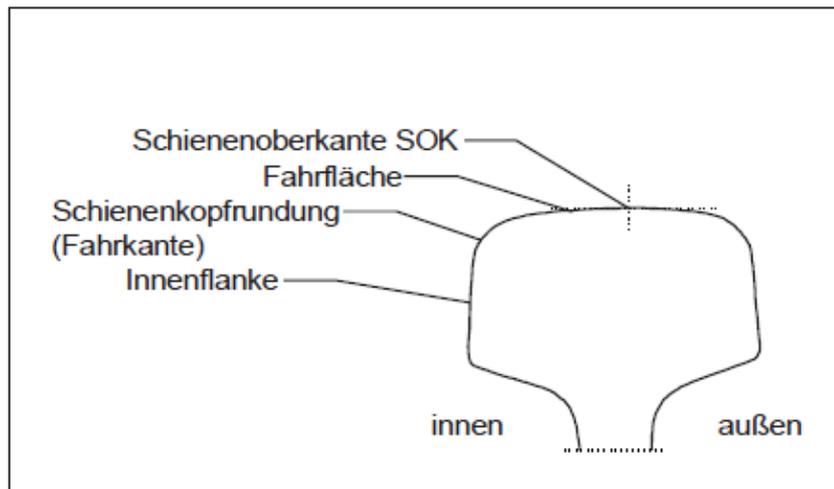


Abbildung 2.3.: Schienenprofil [3]

Im Kontaktbereich von Rad und Schiene unterscheidet man zwischen zwei Ebenen, eine, die senkrecht auf die Kontaktfläche steht – die *Normalebene* – und eine, die um den Kontaktwinkel  $\gamma$  geneigt ist und in der die Kontaktfläche liegt – die *Tangentialebene* [3]. In der Normalebene liegen die Zwangskräfte

- Radlast  $Q$
- Normalkraft  $F_N$
- Profelseitenkraft  $F_y$

und in der Tangentialebene die Reibkräfte (auch Tangentialkräfte genannt)

- Längsreibkraft  $T_x$  (immer in Verbindung mit dem Längsschlupf  $s_x$ )
- Querreibkraft  $T_y$  (immer in Verbindung mit dem Querschlupf  $s_y$ ).

In Abbildungen 2.4 und 2.5 sind die Kontaktkräfte dargestellt. Zusätzlich zu den beiden Reibkräften gibt es noch ein Bohrmoment  $M_z$  (immer in Verbindung mit dem Bohrschlupf  $s_z$ ), das in den Abbildungen nicht dargestellt ist.

Die Normalkraft  $F_N$  entsteht als Reaktion auf die Radlast  $Q$  und steht immer senkrecht zu Kontaktfläche. Wenn das Radprofil im Kontaktpunkt geneigt ist, entsteht in der Normalkraft eine zusätzliche Querkomponente – die Führungskraft  $Y$ . Diese setzt sich aus der Profelseitenkraft  $F_y$  und der horizontalen Komponente der Querreibkraft zusammen und schiebt das Rad in Richtung der Gleismitte. Die Normalkraft und die Führungskraft sind somit von der Profilineigung im Kontaktpunkt abhängig. Der Zusammenhang ist nichtlinear und weist im Spurkranzbereich einen starken Anstieg auf [3].

Rad und Schiene bestehen aus elastischen Materialien, die sich unter Einwirkung der Normalkräfte verformen. Dies führt dazu, dass sich in der

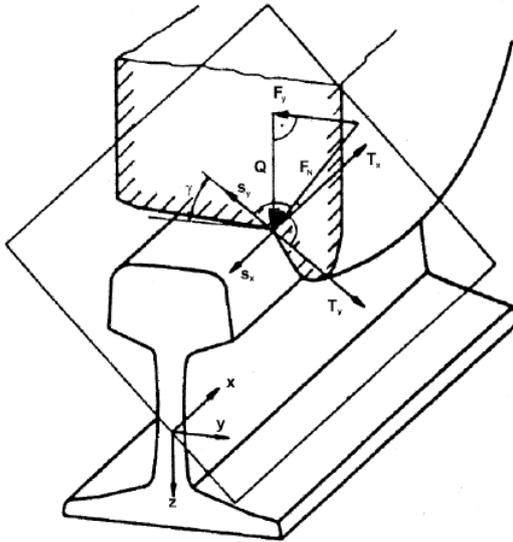


Abbildung 2.4.: Kontaktkräfte 1 [3]

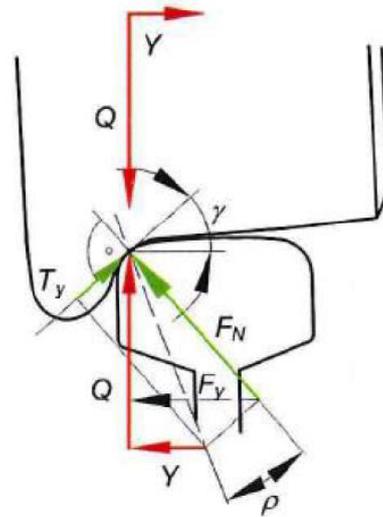


Abbildung 2.5.: Kontaktkräfte 2 [3]

Umgebung des Kontaktpunktes eine Kontaktfläche mit Kontaktspannungen ausbildet. Um die Kontaktkräfte zu ermitteln, ist es notwendig zuerst die Kontaktflächen zu bestimmen. In dem Sinne spricht man vom sogenannten *Normalkontaktproblem*. Andererseits versteht man unter dem *Tangentialkontaktproblem* die Bestimmung der Tangentialkräfte bei rollendem Kontakt. In vielen Fällen können das Normal- und das Tangentialkontaktproblem unabhängig voneinander behandelt werden [5].

Beim Normalkontaktproblem wird meistens die Theorie nach Hertz verwendet. Diese besagt, dass die Kontaktfläche immer eine Ellipse ist. Außerdem sind die Kontaktspannungen normalverteilt und haben die Form eines Ellipsoids. Die Form und die Größe der Ellipse hängt nicht nur von der Größe der Normalkraft, sondern auch von der Relativposition von Rad und Schiene zueinander bzw. den Rollradien im Kontaktpunkt ab. Diese Abhängigkeit ist in Abbildung 2.6 gezeigt. In der Realität ändern sich die Krümmungen der Rad- und Schienenprofile sprunghaft. Das resultiert in nicht elliptischen Kontaktflächen und nichtellipsoidalen Spannungsverteilungen [5].

Für das Tangentialkontaktproblem wird grundsätzlich das Modell nach Kalker verwendet. Die Kalker Theorie beinhaltet vier Kernpunkte [3]:

1. Erweiterung des starren Schlupfs um den elastischen Schlupf  $\Rightarrow$  „wahrer“ Schlupf
2. Normalspannungsverteilung nach Hertz
3. Zusammenhang zwischen Verschiebung und Tangentialspannung mithilfe der Ansätze der Elastizitätstheorie
4. Zusammenhang zwischen „wahrer“ Schlupf und Tangentialspannung

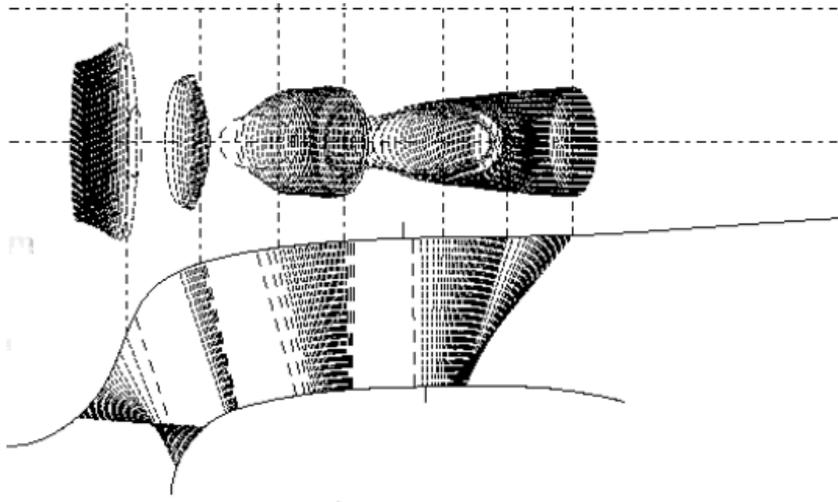


Abbildung 2.6.: Form und Größe der Kontaktellipse in Abhängigkeit vom Kontaktpunkt [3]

gen aus dem Coulomb'schen Gesetz.

Das Kalker Modell führt zu folgenden Ergebnissen [3]:

1. Kontaktfläche aufgeteilt in Gleit- und Haftzone
2. Tangentialspannungsverteilung  $\tau(x, y)$
3. Reibkräfte ergeben sich aus der Summe der Tangentialspannungen
4.  $T = \int \int \tau(x, y) \cdot dx dy$

Im Rahmen dieser Arbeit wird das lineare Modell von Kalker verwendet. Laut dem linearen Modell lassen sich die Tangentialkräfte für elliptische Kontaktfläche bei Längs-, Quer- und Bohrschlupf wie folgt berechnen

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ M_z \end{bmatrix} = Gab \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & \sqrt{ab} C_{23} \\ 0 & -\sqrt{ab} C_{23} & ab C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & f_{23} \\ 0 & f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

wobei

- $T_x, T_y \dots$  Längs- und Querreibkraft [N]
- $M_z \dots$  Bohrmoment [Nm]
- $G \dots$  Schubmodul [ $N/m^2$ ]
- $a, b \dots$  Halbachsen der Kontaktellipse [m]
- $C_{ij} \dots$  Kalkerkoeffizienten [–]
- $f_{ij} \dots$  Schlupfkoeffizienten [N, Nm oder  $Nm^2$ ]
- $s_x, s_y \dots$  Längs- und Querschlupf [–]
- $s_z \dots$  Bohrschlupf [1/m]

ist [3, 5].

## 2.4. Linearisierung und äquivalente Konizität

Das dynamische Verhalten von Schienenfahrzeugen ist, wie bereits erwähnt, von der Kontaktgeometrie abhängig. Die Kontaktgeometrie ist grundsätzlich von der Rad/Schiene-Profilpaarung aber auch von der Relativposition zwischen Rad und Schiene zueinander und der Einbauneigung der Schienen abhängig [3]. Die nichtlinearen Rad- und Schienenprofile führen dazu, dass die, zur Beschreibung der Kontaktgeometrie benutzten, Kontaktfunktionen wie Rollradiendifferenz-, Kontaktwinkel- und Rollwinkelfunktion ebenfalls nichtlinear und von der Lateralverschiebung des Radsatzes abhängig sind (z.B. Abbildung 2.7 links). Das ist in der Praxis unhandlich und man ist daran interessiert, die Kontaktgeometrie anhand einfacher Parameter zu charakterisieren. Zu diesem Zweck werden die Kontaktfunktionen linearisiert. Dabei wird immer um einen bestimmten Arbeitspunkt linearisiert. Eine Linearisierung um null ist in der Schienenfahrzeugdynamik nicht sinnvoll, da es in den kritischen Situationen zu Bewegungen mit großen Amplituden kommt [3].

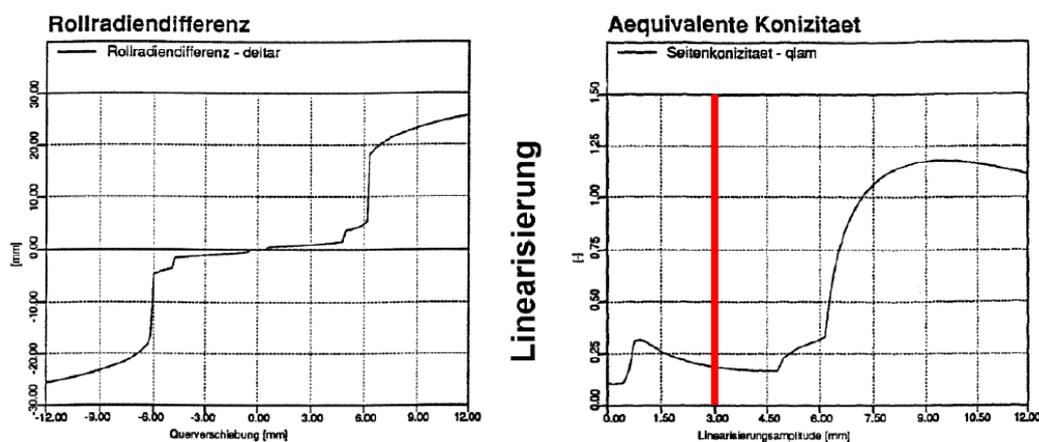


Abbildung 2.7.: Rollradiendifferenzfunktion und äquivalente Konizität [3]

Das nichtlineare Radprofil wird bei der Linearisierung durch eines mit kegeliger Neigung ersetzt. In der Realität führt der Radsatz immer eine Sinusbewegung mit einer bestimmten Wellenlänge aus. Bei der Wahl der kegeligen Profilneigung ist daher immer darauf aufzupassen, dass die Wellenlänge der Sinusbewegung erhalten bleibt [3]. Dieser Vorgang ist in der Abbildung 2.8 gezeigt.

Die Neigung des kegeligen Radprofils, das auf einer scharfen Kante abrollt, wird als *äquivalente Konizität*  $\lambda$  bezeichnet. Die äquivalente Konizität wird in der Praxis als ein allgemeiner Parameter zu Beschreibung der Rad/Schiene-Profilpaarung und der Kontaktgeometrie verwendet. Mathematisch kann

## 2. Grundlagen der Schienenfahrzeugdynamik

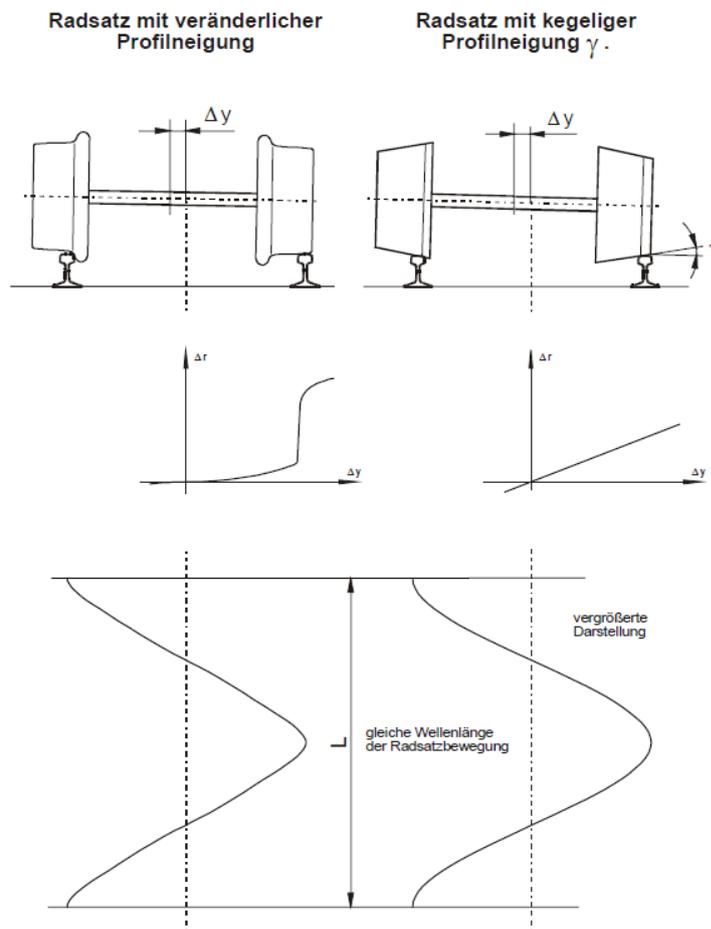


Abbildung 2.8.: Linearisierung der Kontaktgeometrie [3]

sie mithilfe der Rollradien ( $r_R$  und  $r_L$ ) und der Lateralverschiebung des Radsatzes ( $y$ ) mit

$$\lambda = \tan \gamma = \frac{r_R - r_L}{2y} \quad (2.2)$$

beschrieben werden. Die äquivalente Konizität ist ebenfalls eine Funktion der Lateralverschiebung des Radsatzes. Bei der Beschreibung von Rad/Schiene-Profilpaarungen wird aber meistens nur der Wert der äquivalenten Konizität bei einer bestimmten Lateralauslenkung angegeben. Üblicherweise ist es eine  $3\text{mm}$  Lateralauslenkung<sup>1</sup> (Abbildung 2.7 rechts).

Bei der Linearisierung der Kontaktfunktionen ergeben sich noch zwei weitere Größen - *Kontaktwinkeldifferenzparameter*  $\varepsilon$  und *Rollwinkeldifferenzparameter*  $\sigma$ . Diese spielen aber bei der Beschreibung der Kontaktgeometrie eine untergeordnete Rolle.

<sup>1</sup>Laut Deutscher Bahn AG hat die übliche Gleislagestörung eine Amplitude von  $3\text{mm}$  [3].

## 2.5. Gleislagefehler und Fahrzeuganregung

In der Realität ist ein Gleis nie in einem idealen Zustand. Neben den Trassierungsänderungen sind immer bestimmte Abweichungen der Lage der Schienen von der Nennlage vorhanden. Diese Abweichungen werden als Gleislagefehler bezeichnet. Die Gleislagefehler entstehen beim Bau, durch Herstellungsgenauigkeiten und Betriebseinflüsse wie Verschleiß, Schienenstöße und Veränderungen am Oberbau, und werden im Betrieb mit der Zeit meistens verstärkt.

Die Gleislagefehler haben einen wesentlichen Einfluss auf das dynamische Verhalten von Schienenfahrzeugen. Sie werden als Störgrößen angesehen, die das gesamte Fahrzeug zum Schwingen anregen. Die Fahrzeugschwingungen führen wiederum zu Verschleiß, hohen Kräften und hohen Beschleunigungen am Wagenkasten. Vor allem bei hohen Fahrgeschwindigkeiten kann das zu einer erheblichen Fahrkomfortverschlechterung führen. Es kann aber auch dazu führen, dass der Radsatz sogar bei kleinen Gleislageabweichungen nicht mehr in die zentrische Lage zurückkehrt und das Fahrzeug somit instabil wird.

Die Gleislagefehler werden üblicherweise durch vier Gleislagekoordinaten (Abbildung 2.9) beschrieben [3, 5]:

- **Spurweite**  $s(x)$

$$s(x) = s_0 + y_L(x) - y_R(x)$$

- **Richtungslage**  $u(x)$  (laterale Verschiebung der Gleismitte)

$$u(x) = \frac{1}{2}(y_L(x) + y_R(x))$$

- **Höhenlage**  $h(x)$  (vertikale Verschiebung der Gleismitte)

$$h(x) = \frac{1}{2}(z_L(x) + z_R(x))$$

- **Querhöhe**  $\delta(x)$  (Überhöhungswinkel)

$$\delta(x) = \delta_0 + \arctan\left(\frac{z_L(x) - z_R(x)}{2}\right)$$

In der Schienenfahrzeugdynamik spielt die Spurweite bzw. der Spurweitenfehler erst bei nichtlinearen Betrachtungen eine Rolle und wird deswegen auch oft vernachlässigt [5]. Die Gleislagefehler können mithilfe von speziellen Messfahrzeugen erfasst werden. Letztendlich können die gemessenen Gleislagedaten als Funktionen des Fahrweges aufgefasst und bei den Simulationen mitberücksichtigt werden.

Die Gleislagefehler gehören zu regellosen, stochastischen Anregungen. Daneben gibt es noch periodische (wie z.B. Radunrundheiten) und allgemeine

## 2. Grundlagen der Schienenfahrzeugdynamik

deterministische Erregungen (wie z.B. Trassierung), die das Schienenfahrzeug zum Schwingen bringen können. Diese weisen, im Vergleich zu den eher kürzeren Wellenlängen der Gleislagefehler (etwa  $3 - 70m$ ) größere Wellenlängen auf ( $> 150m$ ).

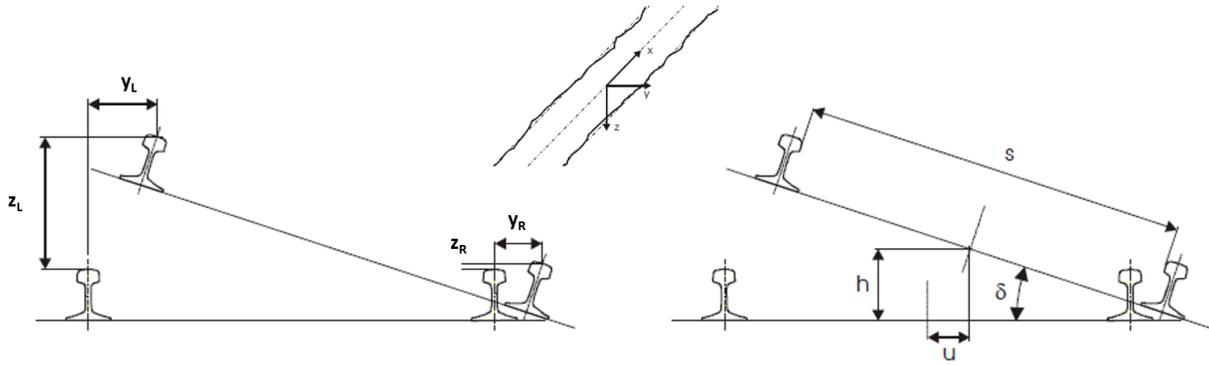


Abbildung 2.9.: Gleislagefehler [3]

## 3. Aktive Systeme bei Schienenfahrzeugen

Schienenfahrzeuge mit konventionellen passiven Federungssystemen sind rein mechanische Systeme. Das bedeutet, dass die Fahrzeugantwort auf äußere Anregungen durch fest vorgegebene Parameter wie Feder- und Dämpferkonstanten, Massen, Geometrie usw., bestimmt ist. Wie bereits in Abschnitt 2.5 besprochen, lassen sich die Fahrzeuganregungen auf deterministische (Trassierung) und stochastische (Gleislagefehler) unterteilen und decken durch unterschiedliche Wellenlängenbereiche und Fahrgeschwindigkeiten verschiedene Frequenzbereiche ab. Die Auslegung von passiven Systemen erfolgt somit grundsätzlich als Kompromiss (engl. *trade-off*), sodass die sich widersprechenden Anforderungen bei verschiedenen Betriebsbedingungen möglichst gut erfüllt werden. Mithilfe der aktiven Systeme kann eine „*global optimale*“ Kompromisslösung gefunden werden [1]. Das Kapitel beginnt mit der Beschreibung des allgemeinen Konzeptes der aktiven Systeme und anschließend wird die Einteilung der aktiven Systeme erläutert. Im letzten Abschnitt werden die aktiven Systeme in der Sekundärstufe ausführlich diskutiert.

### 3.1. Konzept der aktiven Systeme

Das Konzept der aktiven Systeme besteht darin, das mechanische System um ein Sensorsystem, ein Regelgesetz und ein Aktuatorsystem zu erweitern. Im Vergleich zu den passiven Systemen, bei denen die Energie nur gespeichert und abgebaut wird, kann mithilfe der aktiven Systeme dem Fahrzeug die Energie auch zugeführt werden [1, 2, 10, 12, 13].

Das allgemeine Konzept der aktiven Systeme ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Es beruht auf dem Prinzip der Rückkopplung. Mit Hilfe des Sensorsystems werden die gewünschten Signale, meistens die Beschleunigungssignale, gemessen und dem Regelgesetz zur Verfügung gestellt. Das im Voraus entworfene Regelgesetz berechnet anhand dieser Signale die Stellgröße. Meist ist es die Kraft, oft wird aber auch das Moment als Stellgröße verwendet. Letztendlich wird diese Information an das Aktuatorsystem weitergeleitet, das die Stellgröße generieren soll.

### 3. Aktive Systeme bei Schienenfahrzeugen

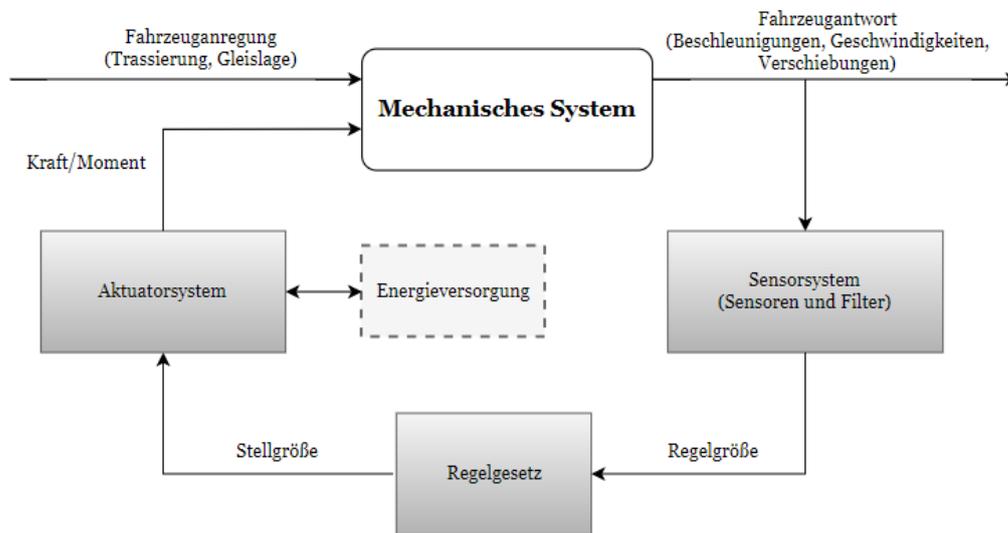


Abbildung 3.1.: Konzept der aktiven Systemen

Es gibt verschiedene Möglichkeiten den Aktuator zu implementieren. Eine Möglichkeit ist die konventionellen passiven Elemente komplett durch Aktuatoren zu ersetzen. In der Praxis kann das aber in einem Design resultieren, das teuer, ineffizient und unzuverlässig ist. Daher sind in der Praxis mechanische Konfigurationen üblich, bei denen der Aktuator gemeinsam mit einem oder mehreren passiven Elementen kombiniert verbaut wird. Auf diese Weise kann man die Anforderungen an den Aktuator reduzieren, die Leistungsfähigkeit des Aktuators ergänzen und vor allem die Ausfallsicherheit des gesamten Systems gewährleisten. Im Abschnitt 3.3 werden einige mechanische Konfigurationen in der Sekundärstufe noch genauer diskutiert.

Weiters haben die dynamischen Eigenschaften des Aktuators einen wesentlichen Einfluss auf die Regelgüte. Ein idealer Aktuator hat unbegrenzte Bandbreite und ist in der Lage die geforderte Stellgröße instantan anzubringen. In der Wirklichkeit haben die Aktuatoren eine eigene Dynamik, d.h. sie können nicht beliebig schnell reagieren, und eine bestimmte Leistung kann nicht überschritten werden. Die Wahl des Aktuators ist daher immer ein Kompromiss zwischen der Leistung und den Kosten [10, 11, 12].

## 3.2. Einteilung der aktiven Systeme

Die konventionellen passiven Systeme haben grundsätzlich ein einfaches Design. Andererseits sind die aktiven Systeme wesentlich komplexer und bieten eine Vielzahl von Implementierungsmöglichkeiten. Daher ist es sinnvoll eine Einteilung der aktiven Systeme einzuführen, um die Übersicht

über die Organisation und die Beschreibung der möglichen Konzepte zu behalten.

Am üblichsten ist die Einteilung nach dem Einsatzort im Fahrwerk. Hier unterscheidet man zwischen aktiven Systemen in der Primärstufe und aktiven Systemen in der Sekundärstufe eines Fahrwerks. In Abbildung 3.2 ist die schematische Darstellung dieser beiden Konzepte zu sehen. Die aktiven Systeme in der Primärstufe sind grundsätzlich für die Radsatzführung und die Verbesserung der Fahrstabilität und des Bogenlaufverhaltens zuständig. Andererseits sollen die aktiven Systeme in der Sekundärstufe einen besseren Fahrkomfort gewährleisten und quasistatische Bewegungen vom Wagenkasten regeln.

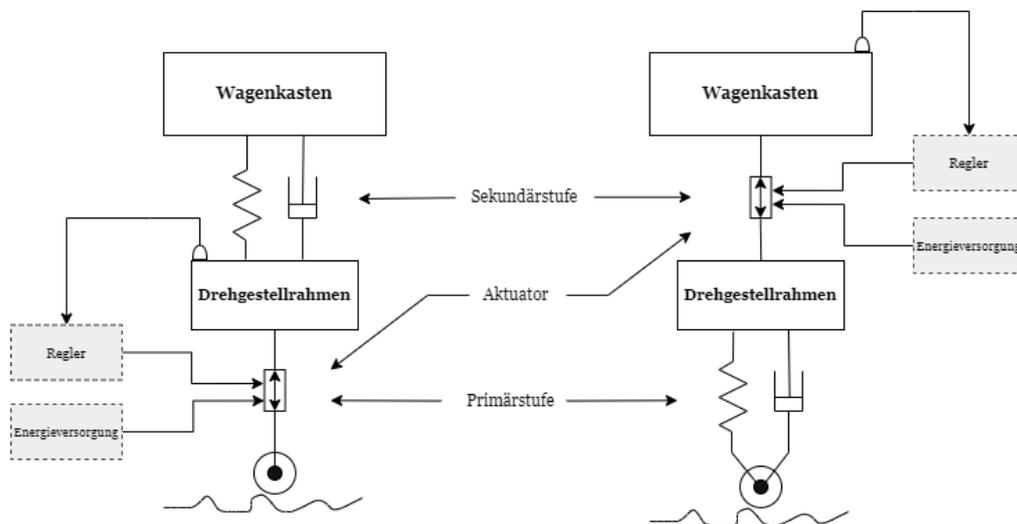


Abbildung 3.2.: Schematische Darstellung des Konzeptes der aktiven Systeme in der Primärstufe (links) und der Sekundärstufe (rechts) eines Fahrwerks

Eine weitere Einteilung unterscheidet zwischen semi-aktiven (engl. *semi-active*) und aktiven (engl. *fully-active*) Systeme. Eine eindeutige Unterscheidung ist in Abbildung 3.3 ersichtlich. Im Vergleich zu den aktiven Systemen, die eine externe Energieversorgung benötigen, um die gewünschte Kraft bzw. das gewünschte Moment zu generieren, benötigen semi-aktive Systeme weder einen Aktuator noch eine externe Energieversorgung. Bei semi-aktiven Systemen werden die Parameter der passiven Elemente (fast immer Dämpfer) anhand der gemessenen Variablen (z.B. Relativgeschwindigkeit zwei Körper, zwischen denen der Dämpfer angebracht ist) möglichst rasch variiert. Die semi-aktiven Systeme sind somit kostengünstiger, wesentlich einfacher zu implementieren und können im passiven Modus arbeiten, falls ein Teil des Systems ausfällt. Andererseits haben sie, im Vergleich zu aktiven Systemen, eine begrenzte Leistung. Oft werden semi-aktive Systeme als eine Kompromisslösung zwischen passiven und aktiven Systemen eingesetzt [1, 2, 11].

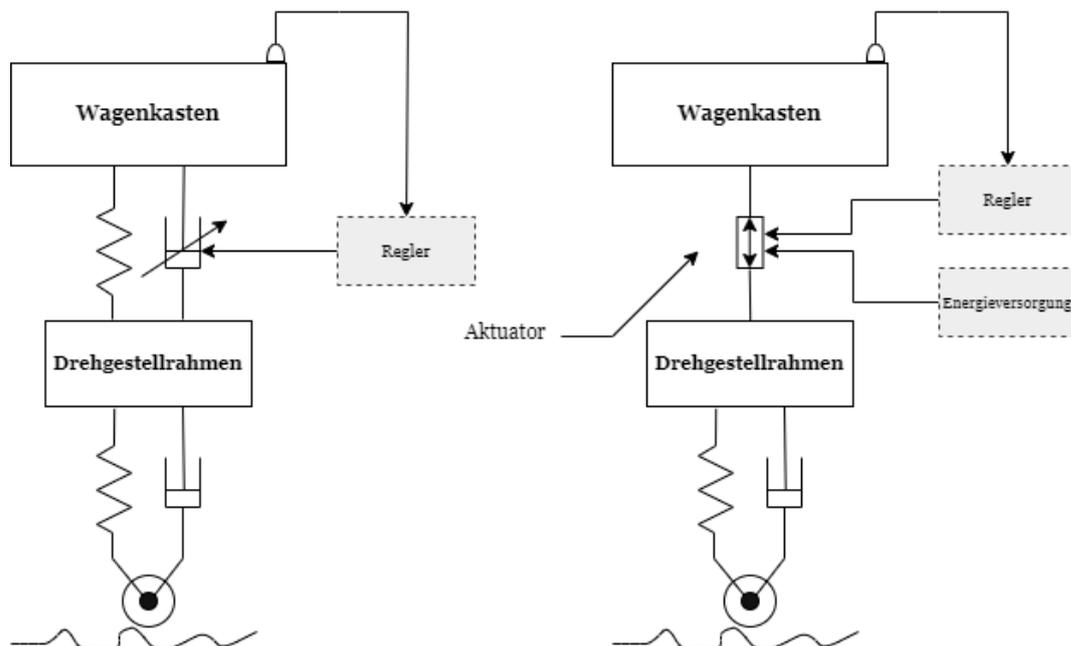


Abbildung 3.3.: Schematische Darstellung des Konzeptes der semi-aktiven (links) und der aktiven Systeme (rechts) in der Sekundärstufe eines Fahrwerks

Der Vollständigkeit halber können die aktiven Systeme auch nach ihrer Funktion eingeteilt werden. Hier unterscheidet man grundsätzlich zwischen folgenden vier Funktionen [1]:

- Isolieren des Wagenkastens von den, durch Gleislagefehler verursachten, Schwingungen - d.h. *Fahrkomfort*
- Regelung der Drehgestelleigenmoden - d.h. *Stabilität*
- Lenken und Führen der Radsätze - d.h. *aktive Radsatzführung*
- spezielle Funktion zusätzlich zum passiven System - d.h. *Neigezugtechnik* und *Hold-off Device*

### 3.3. Aktive Systeme in der Sekundärstufe

Die Sekundärstufe dient grundsätzlich zur Übertragung der statischen und quasi-statischen Kräfte vom Wagenkasten auf das Drehgestell. Außerdem ist die Sekundärstufe für die schwingungstechnische und die akustische Entkopplung des Wagenkastens vom Drehgestell bzw. vom Radsatz und somit für den Fahrkomfort zuständig. Die Federwege sollen dabei möglichst klein gehalten werden. Ein guter Fahrkomfort und kleine Federwege sind zwei Anforderungen, die im Widerspruch zueinanderstehen. Im Gegensatz zu passiven Systemen, können mithilfe der aktiven Systeme die beiden Anforderungen gleichzeitig erfüllt werden.

Grundsätzlich werden die aktiven Systeme in der Sekundärstufe verwendet, um eines der folgenden drei Ziele zu erreichen [1, 10, 11, 12]:

- Fahrkomfortverbesserung bei aktueller Fahrgeschwindigkeit und aktuellen Fahrwegverhältnissen
- Aufrechterhalten des Fahrkomforts auf einem akzeptablen Niveau bei erhöhter Fahrgeschwindigkeit
- Aufrechterhalten des Fahrkomforts auf einem akzeptablen Niveau bei schlechteren Fahrwegverhältnissen

Aufgrund der Tatsache, dass der Fahrkomfort heutzutage mit den aktuellen passiven Lösungen auf einem hohen Niveau ist, ist das erste Konzept für die Hersteller weniger attraktiv. Die beiden anderen Konzepte haben hingegen ein hohes Implementierungspotential. Einerseits ist die Erhöhung der Fahrgeschwindigkeit notwendig, damit die Schienenfahrzeuge gegenüber anderen Verkehrsmitteln konkurrenzfähig bleiben und andererseits können die Gleiswartungskosten reduziert werden.

Die aktiven Systeme in der Sekundärstufe werden normalerweise in vertikaler oder in lateraler Richtung implementiert. Bei Implementierung in vertikaler Richtung, werden die Tauch-, Nick- und Wankbewegungen und bei Implementierung in lateraler Richtung, werden die Lateral- und die Gierbewegungen des Wagenkastens geregelt. Wie die Eigenformen des Wagenkastens genau definiert sind, ist in Anhang A beschrieben.

Die Regelung der Rollbewegung des Wagenkastens ist die Hauptaufgabe der *Neigezugtechnik*. Die Neigezugtechnik ist das am weitesten entwickelte Konzept der aktiven Systeme in Schienenfahrzeugen. Das Konzept besteht darin, den Wagenkasten beim Bogenlauf nach innen zu neigen, um der Zentrifugalkraft entgegenzuwirken und die Lateralbeschleunigungen zu reduzieren. Auf diese Weise wird nicht nur der Fahrkomfort verbessert, sondern auch eine höhere Fahrgeschwindigkeit beim Bogenlauf ermöglicht. Ein weiteres weit verbreitetes Konzept ist das sogenannte *Hold-Off-Device (HOD)*. Das HOD ist im Grunde ein aktives System in lateraler Richtung, dessen Ziel ist es, die quasi-statische Verschiebung zwischen dem Wagenkasten und dem Drehgestellrahmen beim Bogenlauf zu reduzieren. Dadurch wird versucht, den Kontakt zwischen dem Wagenkasten und dem Querpuffer in der Sekundärstufe, der sich unmittelbar auf den empfundenen Fahrkomfort auswirkt, zu vermeiden. Mithilfe von HOD kann der Fahrkomfort beim Bogenlauf aufrechterhalten aber auch der Wagenkastenprofil erweitert werden. Eine ausführliche Beschreibung der beiden Konzepte sowie ihre praktischen Implementierungen können in [1, 2, 11, 12, 13] gefunden werden. Obwohl die beiden Konzepte theoretisch zu den aktiven Systemen der Sekundärstufe gehören, werden sie oft separat behandelt.

Wie bereits im Abschnitt 3.1 angesprochen, sind bei der Implementierung aktiver Systeme verschiedene mechanische Konfigurationen möglich. In

### 3. Aktive Systeme bei Schienenfahrzeugen

Abbildung 3.4 sind einige für die Sekundärstufe übliche Konfigurationen dargestellt. Der Aktuator kann die passiven Elemente komplett ersetzen und allein implementiert werden (Abbildung 3.4a). In diesem Fall ist ausschließlich der Aktuator allein für die Übertragung statischer und quasi-statischer Kräfte zuständig, was zu einem Design führt, das wahrscheinlich massiver, teurer und möglicherweise unzuverlässiger ist. Daher ist in der Praxis üblich den Aktuator gemeinsam mit passiven Elementen zu implementieren. So kann der Aktuator z.B. parallel zu einer Feder implementiert werden (Abbildung 3.4b). Die Feder übernimmt in diesem Fall die Übertragung statischer und quasi-statischer Kräfte sowohl in vertikaler als auch in lateraler Richtung und das wiederum ermöglicht eine kleinere Bauweise und reduziert die Anforderungen an den Aktuator. Falls der Aktuator auf hochfrequente Anregungen nicht hinreichend schnell reagieren kann, kann eine Feder seriell zum Aktuator diese Ineffizienz im hochfrequenten Bereich ausgleichen (Abbildung 3.4c). Eine Kombination von seriellen und parallelen Federn ist auch möglich. Eine weitere Möglichkeit ist den Aktuator parallel zu einem Dämpfer zu implementieren (Abbildung 3.4d), um sicherzustellen, dass das System beim eventuellen Ausfall eine gewisse Dämpfung aufweist [1, 2, 11, 12, 13].

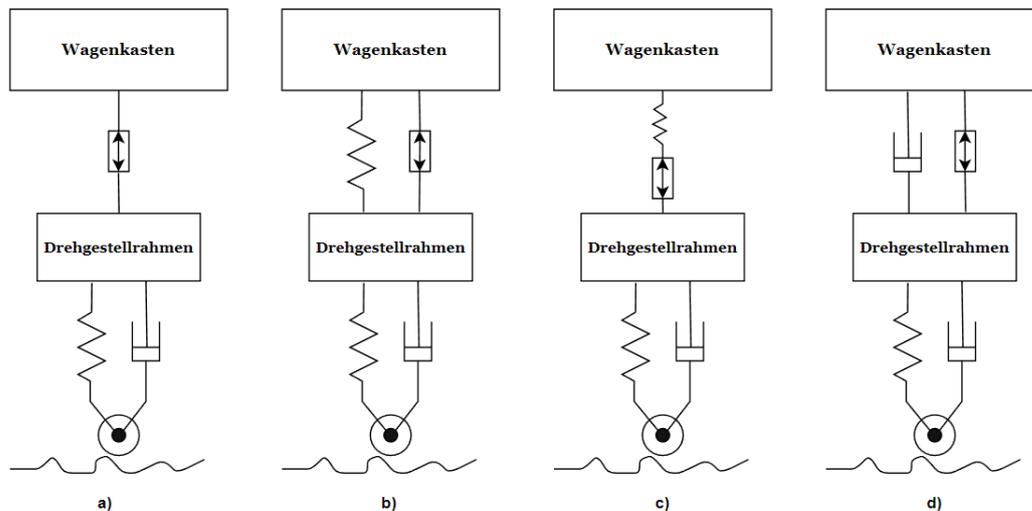


Abbildung 3.4.: Schematische Darstellung der möglichen mechanischen Konfigurationen in der Sekundärstufe eines Fahrwerks

## 4. Fahrkomfortbeurteilung

Unter dem Fahrkomfort versteht man die komplex abzubildende Empfindung, die während der Einwirkung von Schwingungen und/oder Trägheitskräften, die durch die Bewegung des Wagenkastens des Schienenfahrzeuges entstehen, über Ganzkörperübertragung wahrgenommen wird [8]. Gemeinsam mit der Fahrwegbeanspruchung und der Fahrsicherheit ist es eine der wichtigsten Beurteilungsgrößen für das fahrtechnische Verhalten von Schienenfahrzeugen. Der Fahrkomfort wird durch viele Faktoren wie Fahrzeugschwingungen, Lärm, Umgebung und viele andere schwer quantifizierbare Faktoren beeinflusst. Die Fahrzeugschwingungen werden, aufgrund ihrer Auswirkung auf den menschlichen Körper, als Hauptfaktor bei der Fahrkomfortbeurteilung herangezogen. Dieses Kapitel beschreibt zunächst die Einwirkung von Schwingungen auf den menschlichen Körper. Anschließend werden die zwei am häufigsten verwendeten Kenngrößen für die Fahrkomfortbeurteilung, die Wertungszahl nach Sperling und der mittlere Komfort nach dem vereinfachten Verfahren der EN 12299, genauer erläutert.

### 4.1. Schwingungseinwirkung auf Menschen

Der Fahrkomfort hängt von vielen Faktoren ab. Neben den physischen Faktoren (wie z.B. Fahrzeugschwingungen, Lärm, Umgebungstemperatur, Luftfeuchtigkeit usw.) gibt es ebenfalls soziale und zeitliche Faktoren (wie z.B. die Interaktion mit anderen Passagieren und Reisedauer), die sich unmittelbar auf den Fahrkomfort auswirken. Es ist daher schwierig, ein allgemeingültiges Verfahren für die Fahrkomfortbeurteilung zu finden, das alle diese Faktoren gleichzeitig berücksichtigt.

Die Radsätze werden durch die Gleislagestörungen zum Schwingen angeregt. Diese Schwingungen werden über die Drehgestelle auch auf den Wagenkasten übertragen und wirken somit auf die Passagiere. Der menschliche Körper kann i.A. als ein schwingungsfähiges System mit Resonanzen bei bestimmten Frequenzen aufgefasst werden. So liegt beispielsweise bei einer sitzenden Person die Resonanzfrequenz des Magens im Bereich zwischen 4 und 8 Hz, des Herzens bei etwa 60 Hz und der Schädelknochen und Augen im Bereich zwischen 25 und 80 Hz. Wenn der menschliche Körper den Schwingungen ausgesetzt ist, so können als Beschwerden z.B. Atemnot, Sprachbeschwerden, Schmerzen, Übelkeit oder Durchblutungsstörungen

auftreten. All das kann nicht nur den Fahrkomfort verschlechtern, sondern sich auch auf die Gesundheit des Menschen negativ auswirken. Daher wird bei der Fahrkomfortbeurteilung auf Fahrzeugschwingungen ein besonderes Augenmerk gelegt und diese werden als Hauptfaktor bei der Beurteilung herangezogen<sup>1</sup>.

Um den Fahrkomfort beurteilen zu können, muss also zuerst die „Schwingungsantwort“ des Fahrzeugs ermittelt werden. Es wird davon ausgegangen, dass der empfundene Fahrkomfort von den auftretenden Beschleunigungen bestimmt wird. Dabei sind nicht nur die Beschleunigungsamplituden, sondern auch die Beschleunigungsfrequenzen von entscheidender Bedeutung. Die Beschleunigungen können entweder gemessen oder durch die Simulationsrechnung ermittelt werden. Die Voraussetzung dabei ist, dass alle Eingabewerte (wie z.B. Gleislagestörung und Trassierung) bekannt sind [5].

Im Laufe der Zeit wurden verschiedene Verfahren für die Fahrkomfortbeurteilung entwickelt. Alle Verfahren beruhen mehr oder weniger auf dem gleichen Prinzip. Zunächst werden die Beschleunigungen am Wagenkastenboden gemessen oder berechnet. Anschließend werden diese im Frequenzbereich mit einer frequenzabhängigen Bewertungsfunktion gewichtet, um eine für die Fahrkomfortbeurteilung relevante Beschleunigung zu bekommen. Dies entspricht einer Filterung im Zeitbereich. Aus den gefilterten Beschleunigungen wird letztendlich eine Kenngröße gebildet, anhand der die Fahrkomfortbeurteilung erfolgt.

Die einzelnen Verfahren unterscheiden sich grundsätzlich in der frequenzabhängigen Bewertungsfunktion, da auch diese von vielen Faktoren abhängt und es nicht möglich ist, eine universelle Bewertungsfunktion zu ermitteln. Ein weiterer Unterschied liegt in der Nachbearbeitung der gefilterten Beschleunigungssignalen. Während einige Verfahren von einem mittleren Niveau der auftretenden Beschleunigungen ausgehen, legen die anderen mehr Wert auf die einzeln auftretenden Spitzenwerte.

### 4.2. Wertungszahl nach Sperling

Die Wertungszahl  $W_z$  ist die älteste und wohl bekannteste Kenngröße zur Fahrkomfortbeurteilung. Sie wurde in den 1940er und 1950er Jahren von den Deutschen Sperling und Betzhold entwickelt. Sie kann sowohl für die Fahrkomfortbeurteilung als auch für die Bewertung der allgemeinen Laufeigenschaften von Schienenfahrzeugen verwendet werden.

Die Wertungszahl  $W_z$  ist als Funktion der Beschleunigung  $\hat{a}$  über die Beziehung

$$W_z = \sqrt[10]{B(f)^3 \hat{a}^3} \quad (4.1)$$

---

<sup>1</sup>In der Literatur spricht man daher oft von Schwingungskomfort.

#### 4. Fahrkomfortbeurteilung

gegeben.  $\hat{a}$  ist dabei die Beschleunigungsamplitude und  $B(f)$  stellt die frequenzabhängige Bewertungsfunktion dar. Diese ist für die vertikale Schwingungen wie folgt gegeben

$$B_{vert}(f) = 58.8 \sqrt{\frac{1.911f^2 + (0.25f)^2}{(1 - 0.277f^2)^2 + (1.563f - 0.0368f^3)^2}} \quad (4.2)$$

und für die laterale Schwingungen wird folgende Beziehung verwendet

$$B_{lat}(f) = 1.25 \cdot B_{vert}(f). \quad (4.3)$$

Abbildung 4.1 zeigt die Bewertungsfunktion für laterale und vertikale Richtung als Funktion der Frequenz. Man erkennt, dass sowohl für vertikale als auch für laterale Richtung die Beschleunigungen im Frequenzbereich zwischen 4 und 8 Hz am stärksten gewichtet werden. Das bedeutet, dass der menschliche Körper, laut Fahrkomfortbeurteilung mittels Wertungszahl, auf die Beschleunigungen in dem Frequenzbereich am empfindlichsten ist.

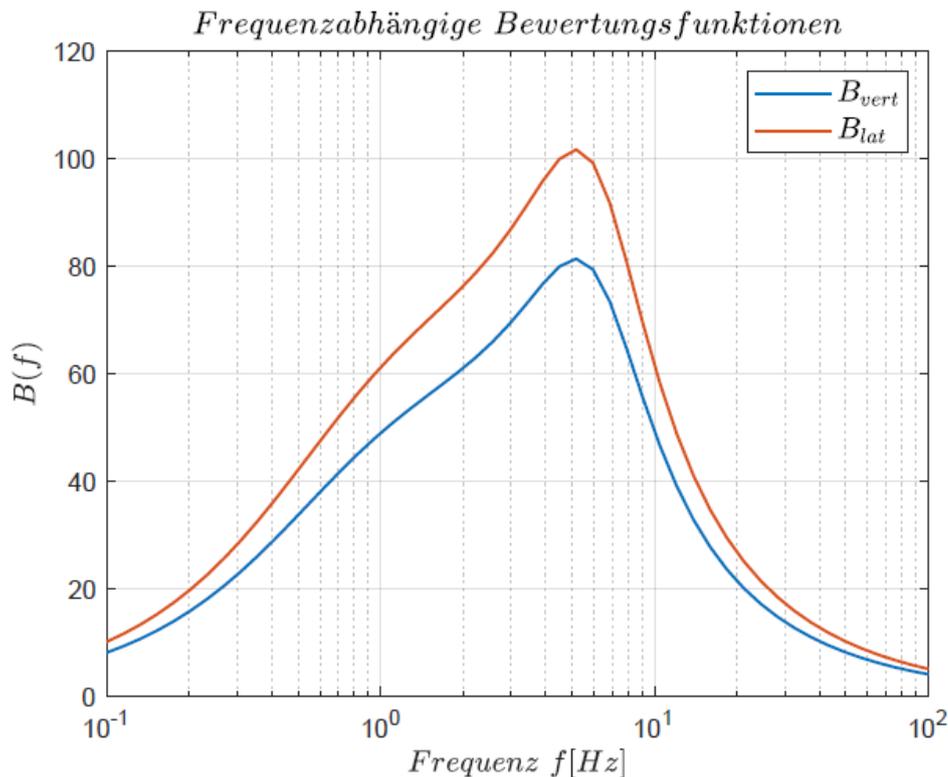


Abbildung 4.1.: Frequenzabhängige Bewertungsfunktionen für vertikale und laterale Schwingungen

Die Bedeutung der Wertungszahl  $W_z$  bei der Fahrkomfortbeurteilung ist in Tabelle 4.1 gegeben. Wie man der Tabelle entnehmen kann, liegt

#### 4. Fahrkomfortbeurteilung

der Grenzwert für den noch zulässigen Fahrkomfort bei einem Wert der Wertungszahl von etwa 3. Für die Werte über 3.5 wird der Fahrkomfort stark gestört.

$W_z$	Beschreibung des Fahrkomforts in Worten
1.0	kaum spürbar
2.0	spürbar
3.0	deutlich spürbar jedoch nicht unangenehm, noch erträglich
3.5	stark spürbar, unangenehm, bei längerer Dauer nicht erträglich
4.0	extrem unangenehm, nicht erträglich, bei längerer Dauer schädlich

Tabelle 4.1.: Verbale Beschreibung der  $W_z$ -Werte bei der Fahrkomfortbeurteilung

Durch die Verwendung einer etwas anderen Bewertungsfunktion kann die Wertungszahl auch für die Beurteilung der allgemeinen Laufeigenschaften von Schienenfahrzeugen verwendet werden. In dem Fall ist die frequenzabhängige Bewertungsfunktion für vertikale und laterale Beschleunigungen identisch und wie folgt gegeben

$$B_{v,l}(f) = 114 \sqrt{\frac{[(1 - 0.056f^2)^2 + (0.645f)^2]3.55f^2}{[(1 - 0.252f^2)^2 + (1.547f - 0.0044f^3)^2](1 + 3.55f^2)}} \quad (4.4)$$

Dementsprechend werden die Wertungszahlen in diesem Fall auch anders interpretiert. In Tabelle 4.2 ist die Bedeutung der Wertungszahl bei der Beurteilung der allgemeinen Laufeigenschaften gegeben. Der Grenzwert für die noch zulässigen Laufeigenschaften liegt bei einem Wert der Wertungszahl von etwa 4.25 [5].

$W_z$	Beschreibung der allgemeinen Laufeigenschaften in Worten
1.0	sehr gut
2.0	gut
3.0	befriedigend
4.0	betriebsfähig
4.5	nicht betriebsfähig
5.0	gefährlich

Tabelle 4.2.: Verbale Beschreibung der  $W_z$ -Werte bei der Beurteilung der allgemeinen Laufeigenschaften

Es ist zu beachten, dass Gl. (4.1) nur im Fall einer harmonischen Schwingung gilt. Durch einige Umformungen und Verwendung der Effektivwerte der Beschleunigungen lässt sich diese auch auf den Fall allgemeiner, periodischer Schwingungen übertragen. Weiterhin sind die Fahrzeugschwingungen in der Realität keine harmonischen, sondern stochastische, stationäre

Schwingungen. Das bedeutet, dass alle Frequenzen vorhanden sind und das Beschleunigungsspektrum kontinuierlich ist [5]. In der Praxis wird daher die Wertungszahl über die Beziehung

$$W_z = \left[ \int_0^\infty B(f)^2 \cdot S_a df \right]^{0.15} \quad (4.5)$$

berechnet, wobei  $S_a$  das Leistungsspektrum der Beschleunigung ist. In der Literatur wird oft davon ausgegangen, dass das Leistungsspektrum auf den Frequenzbereich zwischen 0.5 und 30 Hz limitiert ist, so dass nur über diesen Frequenzbereich integriert wird.

### 4.3. Vereinfachtes Verfahren für mittleren Komfort nach EN 12299

Eine weitere, häufig angewandte Komfortkenngröße – der mittlere Fahrkomfort  $N_{mv}$  nach dem vereinfachten Verfahren – ist in der europäischen Norm EN 12299 vorgeschrieben. In der Norm sind auch zwei weitere Komfortkenngrößen definiert – Komfort im Übergangsbogen  $P_{ct}$  und Komfort bei diskreten Ereignissen  $P_{de}$ . Da diese Größen im Rahmen dieser Arbeit nicht verwendet werden, werden sie auch hier nicht weiter behandelt.

Die Komfortkenngröße  $N_{mv}$  dient, wie der Name schon sagt, zur Beurteilung des mittleren Fahrkomforts. In der Norm wird aber auch davon ausgegangen, dass relativ selten auftretende Spitzenwerte der Beschleunigungen einen starken Einfluss auf den empfundenen Fahrkomfort haben. Daher werden die einzelnen Spitzenwerte, im Vergleich zu älteren Vorschriften, auch härter bewertet. Ein weiterer Unterschied zu älteren Vorschriften ist die Tatsache, dass bei der Fahrkomfortbeurteilung die Beschleunigungen in allen Koordinatenrichtungen verwendet werden [5].

Die Grundlage für die Ermittlung des mittleren Komforts  $N_{mv}$  stellt die in ISO 2631<sup>2</sup> beschriebene Auswertemethodik dar. Die Effektivwerte der frequenzgewichteten Beschleunigungen berechnen sich nach der ISO-Norm zu

$$a_{eff,ISO} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a_{ISO}^2(t) dt} \quad (4.6)$$

wobei  $a_{ISO}$  die nach ISO-Norm frequenzgewichtete Beschleunigung ist. Bei der Ermittlung von  $N_{mv}$  werden die Beschleunigungen am Wagenkastenboden sowohl in der Mitte des Fahrzeuges als auch über den Drehgestellen gemessen bzw. berechnet. Die frequenzgewichteten Effektivwerte werden in

---

<sup>2</sup>Internationale Norm, die Methoden zur Bewertung der Auswirkung von Schwingungen auf den Menschen zur Verfügung stellt.

allen drei Koordinatenrichtungen für mindestens 60 aufeinanderfolgenden 5 Sekunden Intervallen berechnet, d.h.

$$a_{eff,ISO,i} = \sqrt{\frac{1}{5} \int_{5(i-1)}^{5i} a_{ISO}^2(t) dt} \quad i = 1, N; \quad N \geq 60 \quad (4.7)$$

Die frequenzabhängige Bewertungsfunktionen – die Filterfunktionen – sind ebenfalls in ISO 2631 vorgeschrieben. Die Filterfunktion  $H_{vert}(f)$  für die vertikale Richtung ist als Produkt eines Bandpass- und eines Übergangsfilters gegeben, d.h.

$$H_{vert}(f) = H_{hp}(f) \cdot H_{tp}(f) \cdot H_{bg}(f) \cdot H_{ou}(f). \quad (4.8)$$

Dabei sind  $H_{hp}(f)$  und  $H_{tp}(f)$  der Hochpass- bzw. der Tiefpassfilter zweiter Ordnung mit der Eckfrequenz  $f_{hp} = 0.4\text{Hz}$  bzw.  $f_{tp} = 100\text{Hz}$ . Der Übergangsfiler setzt sich aus dem Produkt der Funktionen  $H_{bg}(f)$  und  $H_{ou}(f)$  zusammen. Die dazu gehörigen Übertragungsfunktionen sind

$$H_{hp}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \sqrt{2} \cdot 2\pi \cdot 0.4 \cdot s + (2\pi \cdot 0.4)^2} \quad (4.9)$$

$$H_{tp}(s) = \frac{(2\pi \cdot 100)^2}{s^2 + \sqrt{2} \cdot 2\pi \cdot 100 \cdot s + (2\pi \cdot 100)^2} \quad (4.10)$$

$$H_{bg}(s) = \frac{2\pi \cdot 12.5 \cdot s + (2\pi \cdot 12.5)^2}{s^2 + 19.841 \cdot 2\pi \cdot s + (2\pi \cdot 12.5)^2} \quad (4.11)$$

$$H_{ou}(s) = 0.5 \cdot \frac{1.998 \cdot s^2 + 5.2 \cdot 2\pi \cdot s + (2\pi \cdot 3.35)^2}{s^2 + 3.681 \cdot 2\pi \cdot s + (2\pi \cdot 3.35)^2} \quad (4.12)$$

Die Filterfunktion  $H_{lat}(f)$  für die laterale Richtung ergibt sich aus dem gleichen Produkt, wobei jedoch

$$H_{ou}(s) = 1$$

und

$$H_{bg}(s) = \frac{2\pi \cdot s + (2\pi)^2}{s^2 + 3.175 \cdot 2\pi \cdot s + (2\pi)^2} \quad (4.13)$$

verwendet wird. In der Literatur werden die Bewertungsfiler mit den beschriebenen Filterfunktionen  $H_{vert}(f)$  und  $H_{lat}(f)$  auch mit  $w_k$  bzw.  $w_d$  bezeichnet.

Abbildung 4.2 zeigt die graphische Darstellung der Filterfunktionen für vertikale und laterale Richtung. Laut EN 12299 ist der menschliche Körper auf laterale Schwingungen im Frequenzbereich zwischen 0.5 und 2 Hz bzw.

#### 4. Fahrkomfortbeurteilung

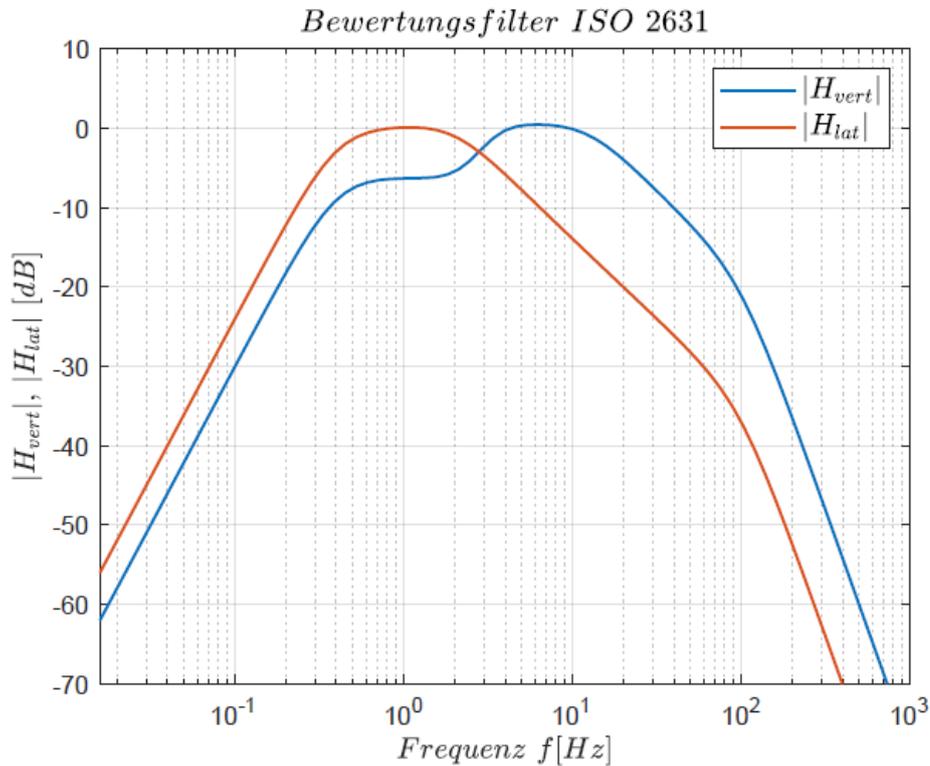


Abbildung 4.2.: Bewertungsfilter nach ISO 2631

auf vertikale Schwingungen im Frequenzbereich zwischen 4 und 10 Hz am empfindlichsten.

Aus den berechneten Effektivwerten wird der 95%-Wert bestimmt<sup>3</sup>. Der mittlere Komfort  $N_{mv}$  berechnet sich letztendlich mithilfe der 95%-Werte zu

$$N_{mv} = 6 \cdot \sqrt{(a_{x95,w_d})^2 + (a_{y95,w_d})^2 + (a_{z95,w_k})^2}. \quad (4.14)$$

In Tabelle 4.3 ist die verbale Beschreibung der  $N_{mv}$ -Werte gegeben. Bei den Hochgeschwindigkeitsfahrzeugen wird der Grenzwert üblicherweise bei etwa  $N_{mv} = 1.7$  gesetzt [5].

$N_{mv}$	Beschreibung des Fahrkomforts in Worten
$N_{mv} < 1$	sehr komfortabel
$1 \leq N_{mv} < 2$	komfortabel
$2 \leq N_{mv} < 4$	mittelmäßig
$4 \leq N_{mv} < 5$	unkomfortabel
$N_{mv} \geq 5$	sehr unkomfortabel

Tabelle 4.3.: Verbale Beschreibung der  $N_{mv}$ -Werte bei der Fahrkomfortbeurteilung

<sup>3</sup>Ein Wert, der größer als 95% der ermittelten Effektivwerte ist.

Allerdings ist der mittlere Komfort  $N_{mv}$  nach dem vereinfachten Verfahren für Nahverkehrs- und Neigezüge nicht geeignet. Für Nahverkehrszüge kann das in EN 12299 angegebene vollständige Verfahren für mittleren Komfort ( $N_{va}$ ,  $N_{vd}$ ) verwendet werden. Im Vergleich zum vereinfachten, beruht das vollständige Verfahren auf Ermittlung der Beschleunigungen an der Schnittstelle zwischen Fahrgästen und dem Fahrzeug. Ein passende Komfortkenngröße für Neigezüge ist noch in Entwicklung.

Im Rahmen dieser Arbeit wird für die Fahrkomfortbeurteilung der mittlere Komfort nach dem vereinfachten Verfahren der EN 12299 verwendet. Dabei werden die Beschleunigungen am Wagenkastenboden über den beiden Drehgestellen gemessen und für die Fahrkomfortbeurteilung herangezogen.

# 5. Modelle

Das Verhalten von realen Systemen wird mithilfe mathematischer Modelle approximiert. Ein mathematisches Modell stellt den Zusammenhang zwischen wesentlichen Systemgrößen her und beschreibt diesen in Form von (Differential-)Gleichungen. Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei Modelle verwendet, das Fahrzeugmodell und das analytische Modell. Das Fahrzeugmodell ist komplex, nichtlinear und wird zur Simulation verwendet. Das analytische Modell hingegen ist vereinfacht, linear und wird zum Regler- bzw. Beobachterentwurf verwendet. Dieses Kapitel beschreibt zunächst die beiden Modelle und die verwendeten Rad/Schiene-Profilpaarungen. Anschließend werden die Ergebnisse der Modellvalidierung vorgestellt. Im letzten Teil des Kapitels werden der verwendete Aktuator sowie die für die Simulation notwendige Koppelung von MATLAB und Simpack beschrieben.

## 5.1. Fahrzeugmodell

Das Fahrzeugmodell wurde in Mehrkörpersimulations-Programm Simpack modelliert und ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Es handelt sich um ein Laufwagenmodell bestehend aus einem Wagenkasten, zwei Drehgestellrahmen und vier Radsätzen. Alle Körper wurden dabei als starre Körper modelliert. Alle Koppellemente sind passiv und das Modell stellt somit ein rein passives Fahrzeug dar. Außerdem ist das Modell nichtlinear und weist 96 Freiheitsgrade auf.

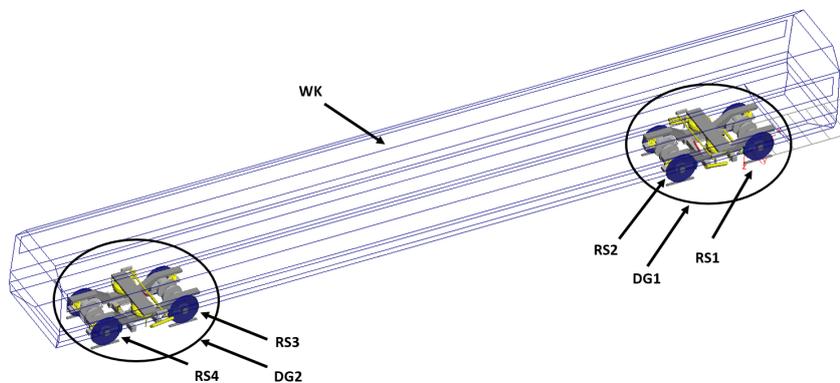


Abbildung 5.1.: Fahrzeugmodell - Gesamtfahrzeug

In Abbildung 5.2 ist ein Drehgestell im Detail dargestellt. Die Sekundärstufe besteht grundsätzlich aus zwei Luftfedern, zwei Vertikaldämpfern, einem Lateraldämpfer, einem Querpuffer und vier Schlingerdämpfer pro Drehgestell. Bis auf die Luftfedern sind alle Elemente nichtlinear und elastisch angebunden. Zusätzlich dazu gibt es pro Drehgestell auch einen Wankstab. Bei der Simulation des aktiven Fahrzeugs werden die Lateraldämpfer durch Aktuatoren ersetzt.

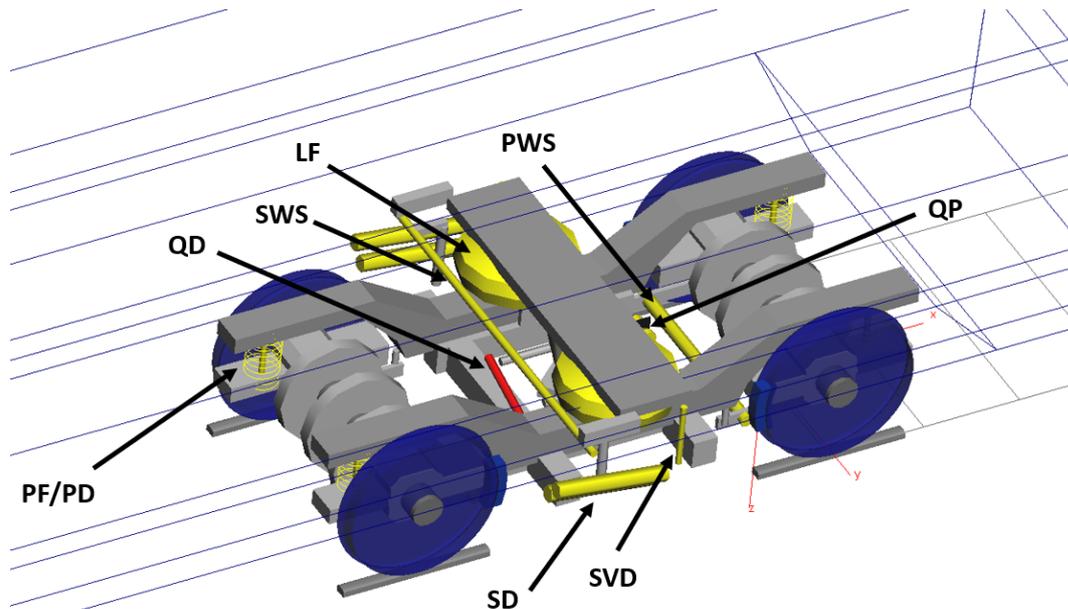


Abbildung 5.2.: Fahrzeugmodell - Drehgestell

Die einzelnen Radsätze sind über Federn und Dämpfer mit nichtlinearen Kennlinien in allen drei Koordinatenrichtungen mit dem Drehgestellrahmen gekoppelt. Außerdem gibt es pro Radsatz einen Wankstab. Für die Beschreibung des Kontaktes zwischen Rad und Schiene werden in Simpack der *equivalent-elastic* Algorithmus und das Modell nach Hertz verwendet. Der Algorithmus bestimmt die Kontaktfläche und ersetzt sie durch eine äquivalente Ellipse. Für die Berechnung der Tangentialkräfte wird in Simpack der *FASTSIM* Algorithmus verwendet, der das lineare Modell von Kalker umsetzt.

## 5.2. Analytisches Fahrzeugmodell

Das in Simpack aufgestellte Fahrzeugmodell ist, wie bereits erwähnt, höchst komplex und nichtlinear. Um eine Regelung entwerfen zu können, ist ein einfacheres Modell notwendig. Dieses soll zwar „möglichst“ einfach sein aber gleichzeitig auch die wichtigsten dynamischen Eigenschaften abbil-

## 5. Modelle

den. Das vereinfachte Modell wurde analytisch mithilfe der Impuls- und Drallsätze hergeleitet.

Das analytische Modell ist in Abbildungen 5.3 - 5.5 dargestellt und besteht, ähnlich wie das Fahrzeugmodell, aus einem Wagenkasten, zwei Drehgestellrahmen und vier Radsätzen. Die Koppelung zwischen einem Radsatz und einem Drehgestellrahmen erfolgt in allen drei Koordinatenrichtungen über Parallelschaltungen von Federn und Dämpfern. Die Koppelung zwischen einem Drehgestellrahmen und dem Wagenkasten in vertikaler und lateraler Richtung erfolgt ebenfalls über Feder-Dämpfer-Parallelschaltungen. Um die Auswirkung der Schlingerdämpfer auf das dynamische Verhalten des Fahrzeugs abbilden zu können, wurde die Koppelung zwischen einem Drehgestellrahmen und dem Wagenkasten in longitudinaler Richtung durch eine Feder-Dämpfer-Serienschaltung modelliert. Alle Feder- und Dämpferelemente sind dabei linear. Die Wankstäbe in der Primär- und der Sekundärstufe wurden durch die Wahl einer höheren Vertikalsteifigkeit berücksichtigt.

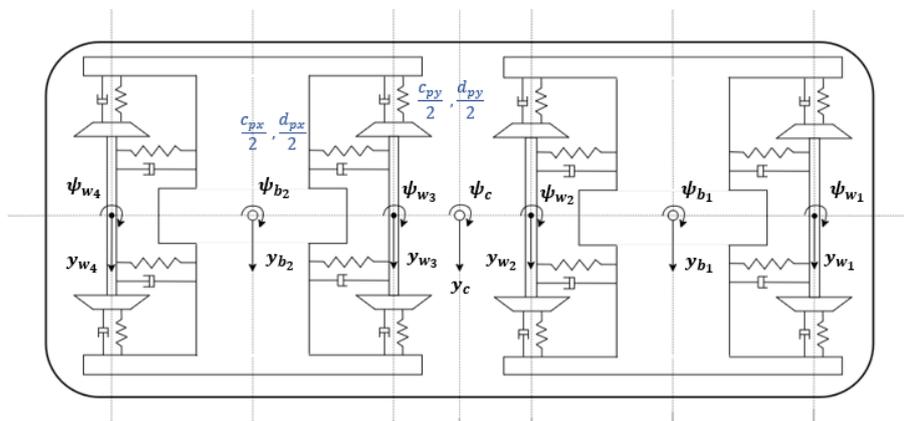


Abbildung 5.3.: Analytisches Fahrzeugmodell - Obenansicht (xy-Ebene)

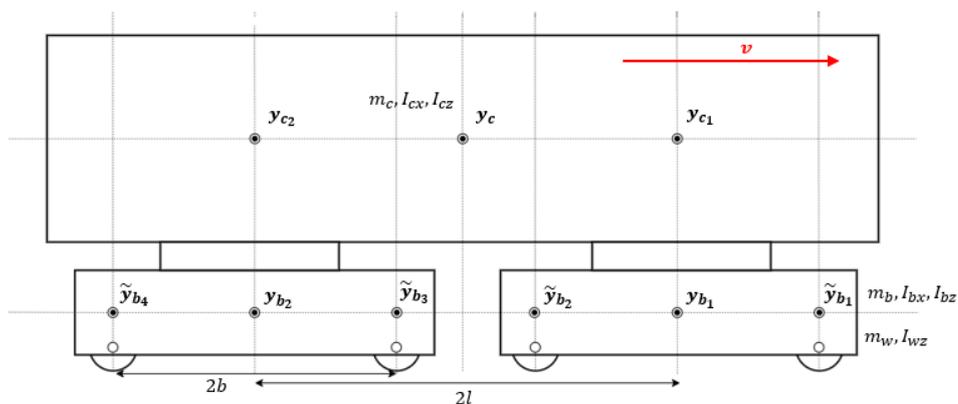


Abbildung 5.4.: Analytisches Fahrzeugmodell - Seitenansicht (xz-Ebene)

## 5. Modelle

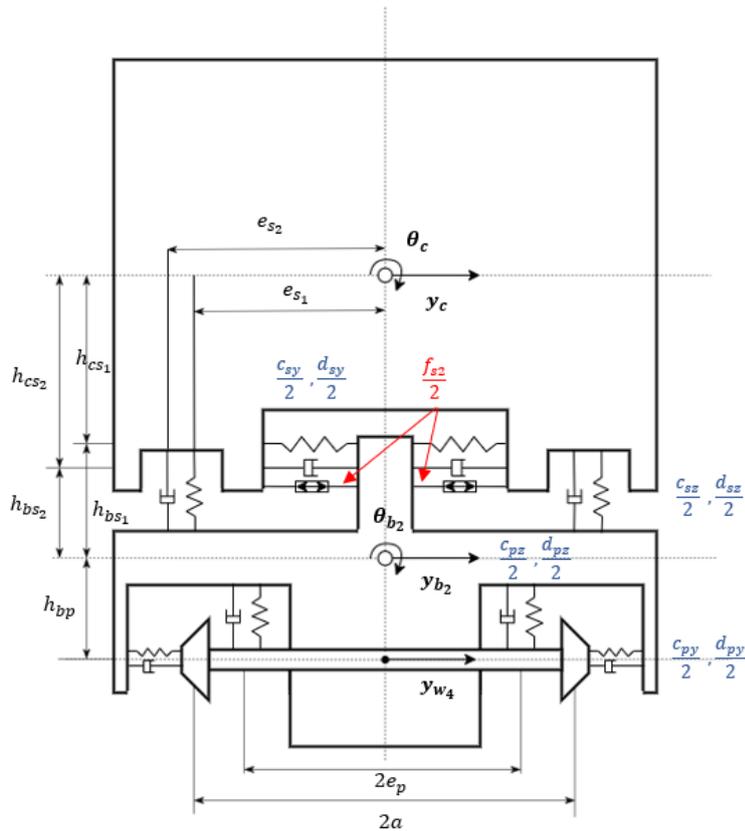


Abbildung 5.5.: Analytisches Fahrzeugmodell - Hintenansicht (yz-Ebene)

In diesem Modell ist grundsätzlich die Lateraldynamik (Lateralverschiebungen und Gieren) aber auch ein Teil der Vertikaldynamik (Rollen) des Fahrzeugs abgebildet. Das Modell hat 17 Freiheitsgrade, die in Tabelle 5.1 aufgelistet sind.

Bezeichnung	Beschreibung ( $i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4$ )
$y_c$	Lateralverschiebung des Wagenkastens (engl. <i>carbody</i> )
$\psi_c$	Gieren des Wagenkastens
$\theta_c$	Rollen des Wagenkastens
$y_{b_i}$	Lateralverschiebung des Drehgestellrahmens (engl. <i>bogie frame</i> )
$\psi_{b_i}$	Gieren des Drehgestellrahmens
$\theta_{b_i}$	Rollen des Drehgestellrahmens
$y_{w_j}$	Lateralverschiebung des Radsatzes (engl. <i>wheelset</i> )
$\psi_{w_j}$	Gieren des Radsatzes
$f_{s_i}$	Vom Aktuator erzeugte Lateralkraft

Tabelle 5.1.: Freiheitsgrade und Stellgrößen des analytischen Modells

Die 17 Bewegungsgleichungen lassen sich wie folgt zusammenfassen

$$\begin{aligned}
 m_c \ddot{y}_c &= -c_{sy}(2y_c - 2h_{cs_1}\theta_c - y_{b_1} - y_{b_2} - h_{bs_1}\theta_{b_1} - h_{bs_1}\theta_{b_2}) \\
 &\quad - d_{sy}(2\dot{y}_c - 2h_{cs_2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_1} - \dot{y}_{b_2} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_1} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_2}) \\
 &\quad + f_{s_1} + f_{s_2}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cz} \ddot{\psi}_c &= -c_{sy}(2l\psi_c - y_{b_1} + y_{b_2} - h_{bs_1}\theta_{b_1} + h_{bs_1}\theta_{b_2})l \\
 &\quad - d_{sy}(2l\dot{\psi}_c - \dot{y}_{b_1} + \dot{y}_{b_2} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_1} + h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_2})l \\
 &\quad + \frac{c_{sx}}{2}(x_{y_{r1}} + x_{y_{r2}} - x_{y_{l1}} - x_{y_{l2}})e_{s_2} + (f_{s_1} - f_{s_2})l
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cx} \ddot{\theta}_c &= c_{sy}(2y_c - 2h_{cs_1}\theta_c - y_{b_1} - y_{b_2} - h_{bs_1}\theta_{b_1} - h_{bs_1}\theta_{b_2})h_{cs_1} \\
 &\quad + d_{sy}(2\dot{y}_c - 2h_{cs_2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_1} - \dot{y}_{b_2} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_1} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_2})h_{cs_2} \\
 &\quad - c_{sz}(2\theta_c - \theta_{b_1} - \theta_{b_2})e_{s_1}^2 - d_{sz}(2\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{b_1} - \dot{\theta}_{b_2})e_{s_2}^2 \\
 &\quad - (f_{s_1} + f_{s_2})h_{cs_2}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

$$\begin{aligned}
 m_b \ddot{y}_{b_i} &= c_{sy}(y_c - (-1)^i l \psi_c - h_{cs_1}\theta_c - y_{b_i} - h_{bs_1}\theta_{b_i}) \\
 &\quad + d_{sy}(\dot{y}_c - (-1)^i l \dot{\psi}_c - h_{cs_2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_i} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_i}) \\
 &\quad - c_{py}(2y_{b_i} - 2h_{bp}\theta_{b_i} - y_{w_{(2i-1)}} - y_{w_{2i}}) \\
 &\quad - d_{py}(2\dot{y}_{b_i} - 2h_{bp}\dot{\theta}_{b_i} - \dot{y}_{w_{(2i-1)}} - \dot{y}_{w_{2i}}) - f_{s_i}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

$$\begin{aligned}
 I_{bz} \ddot{\psi}_{b_i} &= -c_{px}(2\psi_{b_i} - \psi_{w_{(2i-1)}} - \psi_{w_{2i}})e_p^2 \\
 &\quad - d_{px}(2\dot{\psi}_{b_i} - \dot{\psi}_{w_{(2i-1)}} - \dot{\psi}_{w_{2i}})e_p^2 \\
 &\quad - c_{py}b(2b\psi_{b_i} - y_{w_{(2i-1)}} + y_{w_{2i}}) \\
 &\quad - d_{py}b(2b\dot{\psi}_{b_i} - \dot{y}_{w_{(2i-1)}} + \dot{y}_{w_{2i}}) + \frac{c_{sx}}{2}(x_{y_{li}} - x_{y_{ri}})e_{s_2}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}
 I_{bx} \ddot{\theta}_{b_i} &= c_{sy}h_{bs_1}(y_c - (-1)^i l \psi_c - h_{cs_1}\theta_c - y_{b_i} - h_{bs_1}\theta_{b_i}) \\
 &\quad + d_{sy}h_{bs_2}(\dot{y}_c - (-1)^i l \dot{\psi}_c - h_{cs_2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_i} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_i}) \\
 &\quad + c_{py}h_{bp}(2y_{b_i} - 2h_{bp}\theta_{b_i} - y_{w_{(2i-1)}} - y_{w_{2i}}) \\
 &\quad + d_{py}h_{bp}(2\dot{y}_{b_i} - 2h_{bp}\dot{\theta}_{b_i} - \dot{y}_{w_{(2i-1)}} - \dot{y}_{w_{2i}}) \\
 &\quad + c_{sz}(\theta_c - \theta_{b_i})e_{s_1}^2 + d_{sz}(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{b_i})e_{s_2}^2 - 2c_{pz}e_p^2\theta_{b_i} \\
 &\quad - 2d_{pz}e_p^2\dot{\theta}_{b_i} - f_{s_i}h_{bs_2}
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned}
 m_w \ddot{y}_{w_j} &= c_{py}(y_{b_i} - (-1)^j b \psi_{b_i} - h_{bp} \theta_{b_i} - y_{w_j}) \\
 &\quad + d_{py}(\dot{y}_{b_i} - (-1)^j b \dot{\psi}_{b_i} - h_{bp} \dot{\theta}_{b_i} - \dot{y}_{w_j}) \\
 &\quad - 2f_{22}[-\psi_{w_j} + \frac{1}{v_0}(1 + \sigma \frac{r_0}{a})\dot{y}_{w_j}] \\
 &\quad - 2f_{23}[-\frac{\varepsilon}{r_0}y_{w_j} + \frac{1}{v_0}\dot{\psi}_{w_j}] - Q\frac{\varepsilon}{a}y_{w_j}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned}
 I_{wz} \ddot{\psi}_{w_j} &= c_{px}(\psi_{b_i} - \psi_{w_j})e_p^2 + d_{px}(\dot{\psi}_{b_i} - \dot{\psi}_{w_j})e_p^2 \\
 &\quad - 2f_{11}(\frac{a\lambda}{r_0}y_{w_j} + \frac{a^2}{v_0}\dot{\psi}_{w_j}) \\
 &\quad + 2f_{32}[\psi_{w_j} - \frac{1}{v_0}(1 + \sigma \frac{r_0}{a})\dot{y}_{w_j}] \\
 &\quad + 2f_{33}[\frac{\varepsilon}{r_0}y_{w_j} - \frac{1}{v_0}\dot{\psi}_{w_j}] + Qa\varepsilon\psi_{w_j}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

wobei  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2$  falls  $i = 1$  und  $j = 3, 4$  falls  $i = 2$ . Die Modellierung der Schlingerdämpfer als Feder-Dämpfer-Serienschaltung resultiert in vier zusätzlichen Differentialgleichungen

$$\dot{x}_{y_{il}} = e_{s_2} \dot{\psi}_c - e_{s_2} \dot{\psi}_{b_i} - \frac{c_{sx}}{d_{sx}} x_{y_{il}} \tag{5.9}$$

$$\dot{x}_{y_{ir}} = -e_{s_2} \dot{\psi}_c + e_{s_2} \dot{\psi}_{b_i} - \frac{c_{sx}}{d_{sx}} x_{y_{ir}} \tag{5.10}$$

Das Modell hat somit insgesamt 38 Zustandsvariablen. Die Kontaktkräfte wurden mithilfe des, in Abschnitt 2.3 beschriebenen, linearen Modells von Kalker modelliert. Die exakte Herleitung der Differentialgleichungen sowie die Parameterliste wurden aus Übersichtlichkeitsgründen in den Anhang B bzw. Anhang C verlagert. Ähnliche analytische Modelle wurden in [6] und [16] verwendet.

Sei

$$\mathbf{q} = [y_c \ \psi_c \ \theta_c \ y_{b_1} \ \psi_{b_1} \ \theta_{b_1} \ y_{b_2} \ \psi_{b_2} \ \theta_{b_2} \ y_{w_1} \ \psi_{w_1} \ y_{w_2} \ \psi_{w_2} \ y_{w_3} \ \psi_{w_3} \ y_{w_4} \ \psi_{w_4}]$$

und

$$\mathbf{p} = [x_{y_{1r}} \ x_{y_{1l}} \ x_{y_{2r}} \ x_{y_{2l}}].$$

Mit dem Zustandsvektor  $\mathbf{x} = [\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{p}]^T$  und dem Eingang  $\mathbf{u} = [f_1 \ f_2]^T$  lassen sich die Differentialgleichungen (5.1) - (5.10) in ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{5.11}$$

überführen. Dabei ist  $\mathbf{A}$  die Dynamikmatrix und  $\mathbf{B}$  die Eingangsmatrix.

### 5.3. Rad/Schiene-Profilpaarungen

In dieser Arbeit werden drei verschiedene Rad/Schiene-Profilpaarungen mit folgenden äquivalenten Konizitäten

- $\lambda = 0.01$
- $\lambda = 0.17$
- $\lambda = 0.29$

verwendet. Die Werte der äquivalenten Konizitäten wurden dabei bei einer  $3\text{mm}$  Lateralauslenkung abgelesen. Mehr Informationen über die verwendeten Rad/Schiene-Profilpaarungen können den folgenden drei Abbildungen entnommen werden.

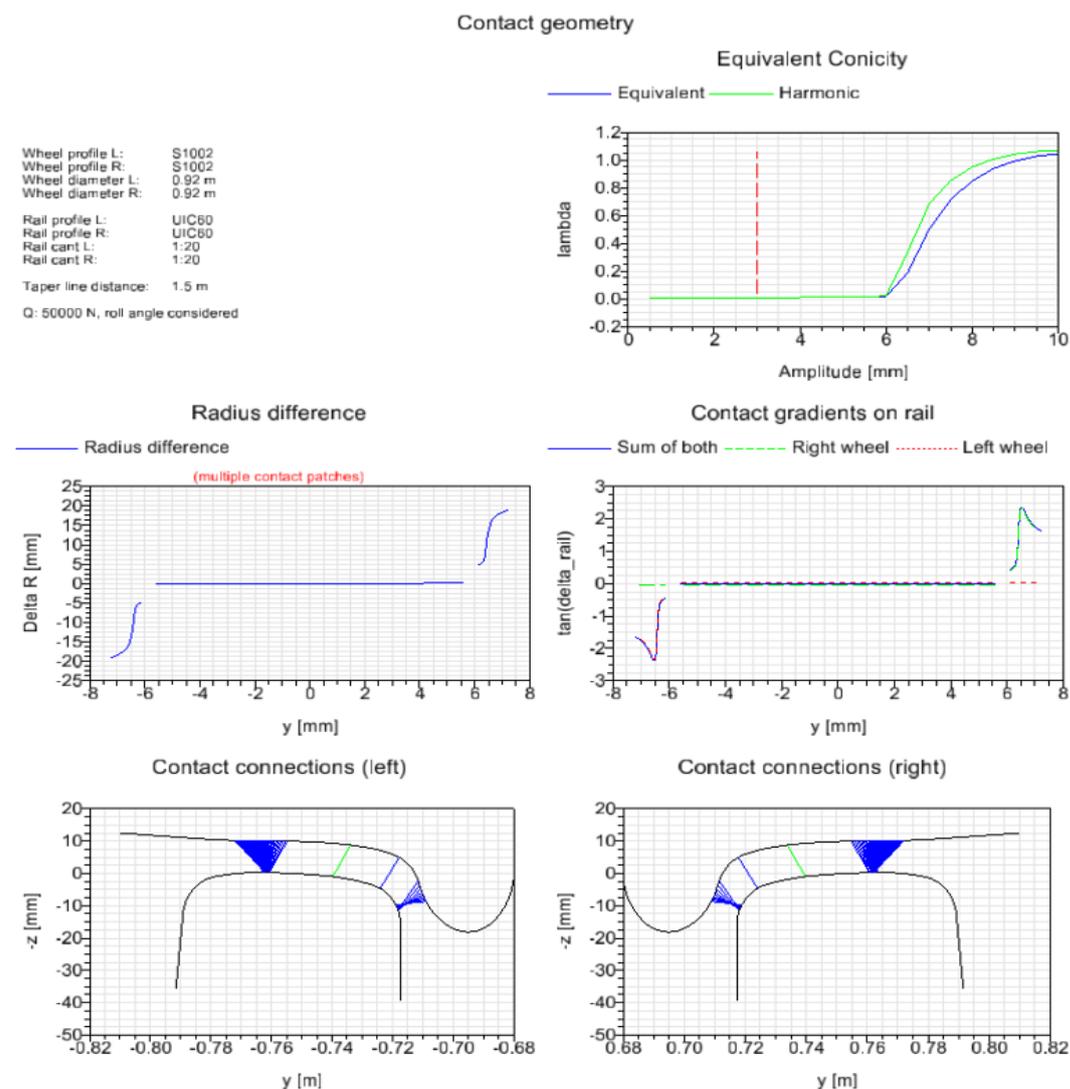


Abbildung 5.6.: Rad/Schiene-Profilpaarung mit  $\lambda = 0.01$

## 5. Modelle

### Contact geometry

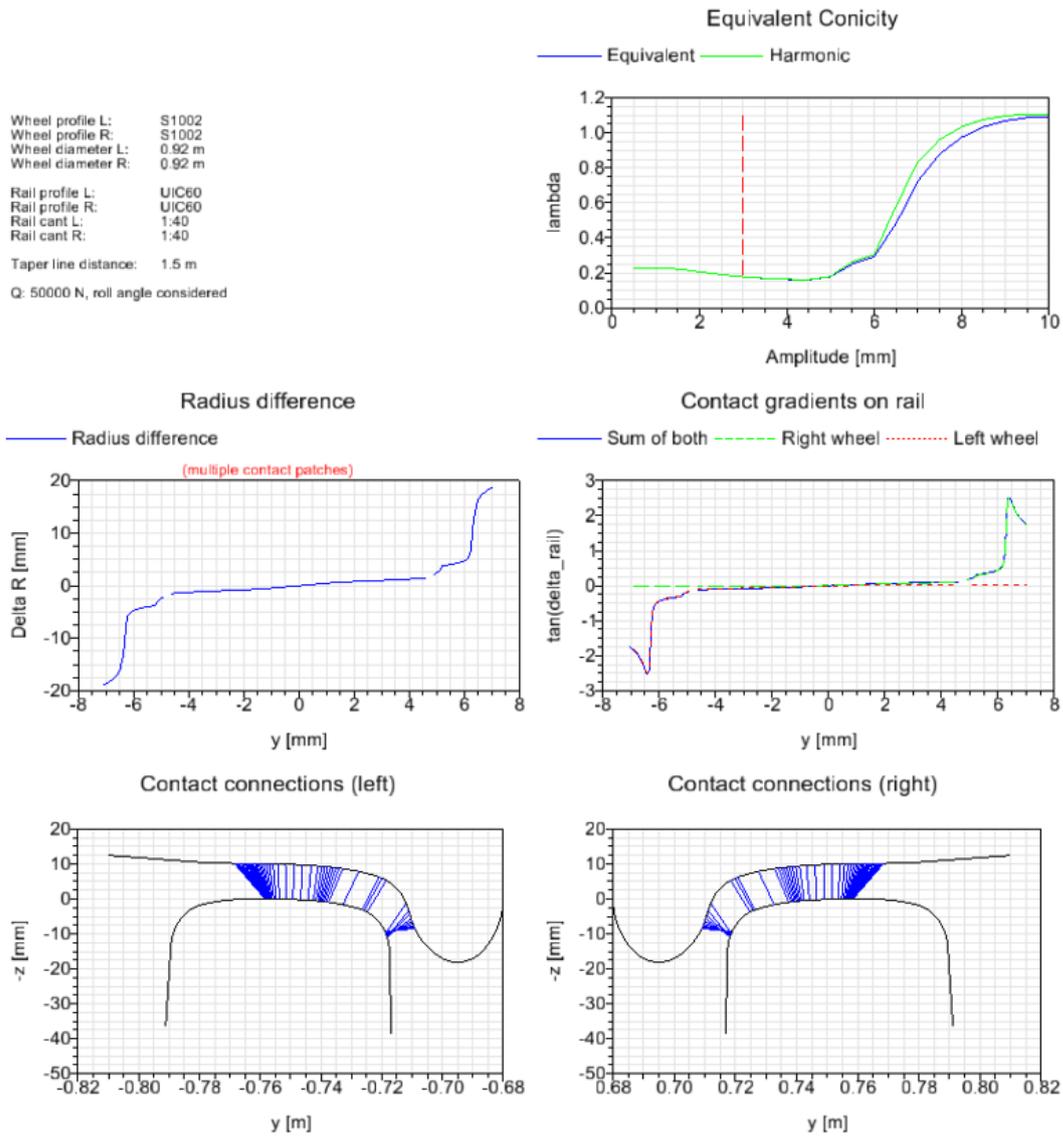


Abbildung 5.7.: Rad/Schiene-Profilpaarung mit  $\lambda = 0.17$

## 5. Modelle

### Contact geometry

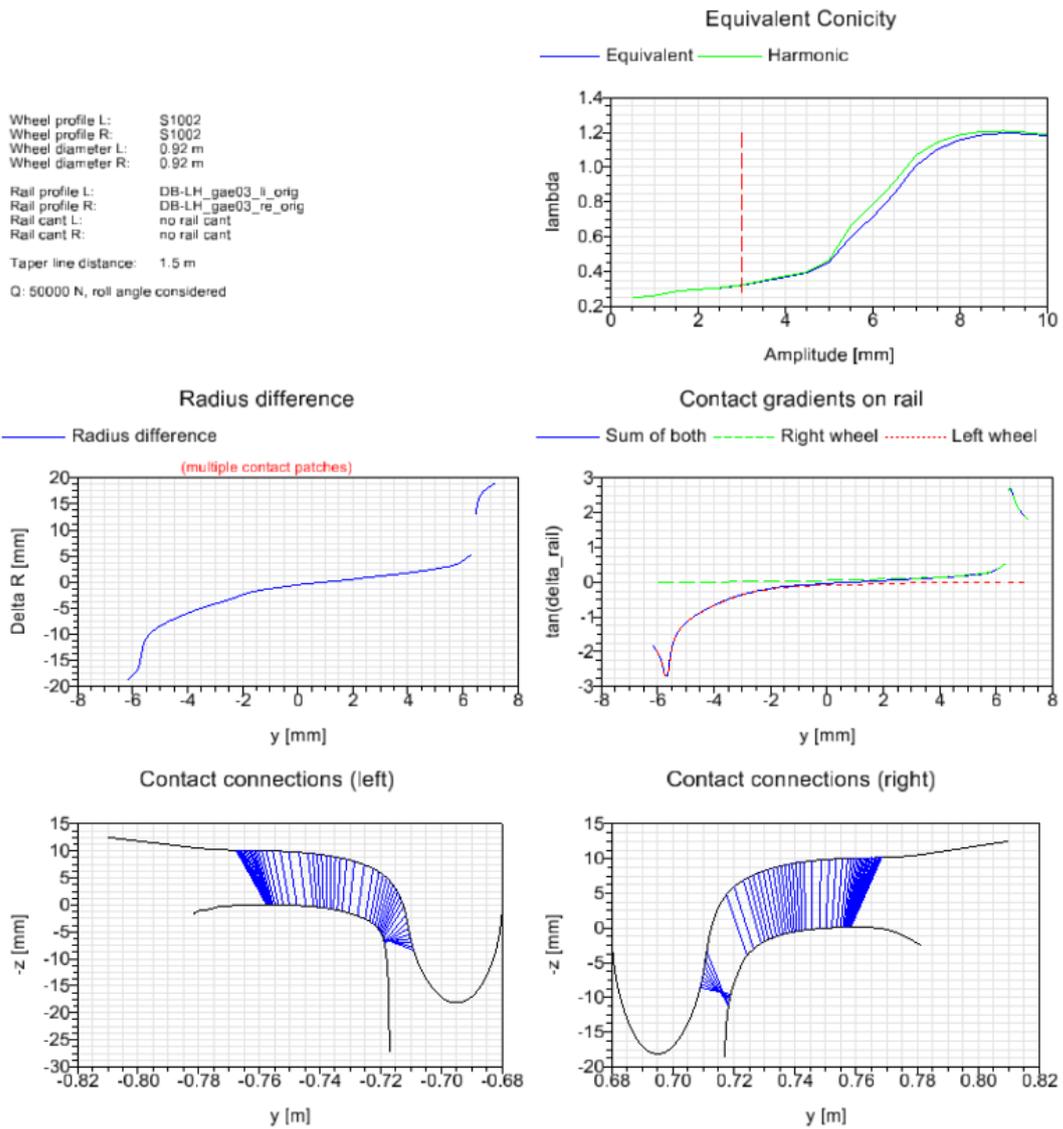


Abbildung 5.8.: Rad/Schiene-Profilpaarung mit  $\lambda = 0.29$

## 5.4. Modellvalidierung

Das analytische Modell wurde anhand der Eigenwerte und der Wurzelortskurven validiert. Bei der Untersuchung der dynamischen Eigenschaften eines Schienenfahrzeuges, werden die Wurzelortskurven durch Variieren der Fahrgeschwindigkeit und/oder der äquivalenten Konizität und Auftragen der Dämpfungsgrade über die Frequenz generiert.

Zum Vergleich mit dem nichtlinearen Fahrzeugmodell in Simpack wurde dieses linearisiert und die Wurzelortskurven in Simpack berechnet. Bei der Berechnung der Wurzelortskurven wurde die äquivalente Konizität auf einem festen Wert gehalten und die Fahrgeschwindigkeit variiert. Die Wurzelortskurven des analytischen Modells wurden in MATLAB berechnet. Die Dynamikmatrix  $\mathbf{A}$  wurde dabei für die einzelnen Werte der Fahrgeschwindigkeit ausgewertet und daraus wurden die Eigenwerte berechnet. Letztendlich wurden aus den Eigenwerten die Dämpfungsgrade und die Frequenzen bestimmt.

In Abbildung 5.9 bzw. Abbildung 5.10 ist ein Vergleich der Wurzelortskurven des Fahrzeugmodells und der des analytischen Modells für den Wert der äquivalenten Konizität  $\lambda = 0.17$  bzw.  $\lambda = 0.29$  dargestellt. Die Fahrgeschwindigkeit wurde dabei zwischen  $100\text{km/h}$  und  $440\text{km/h}$  in  $20\text{km/h}$  Schritten variiert.

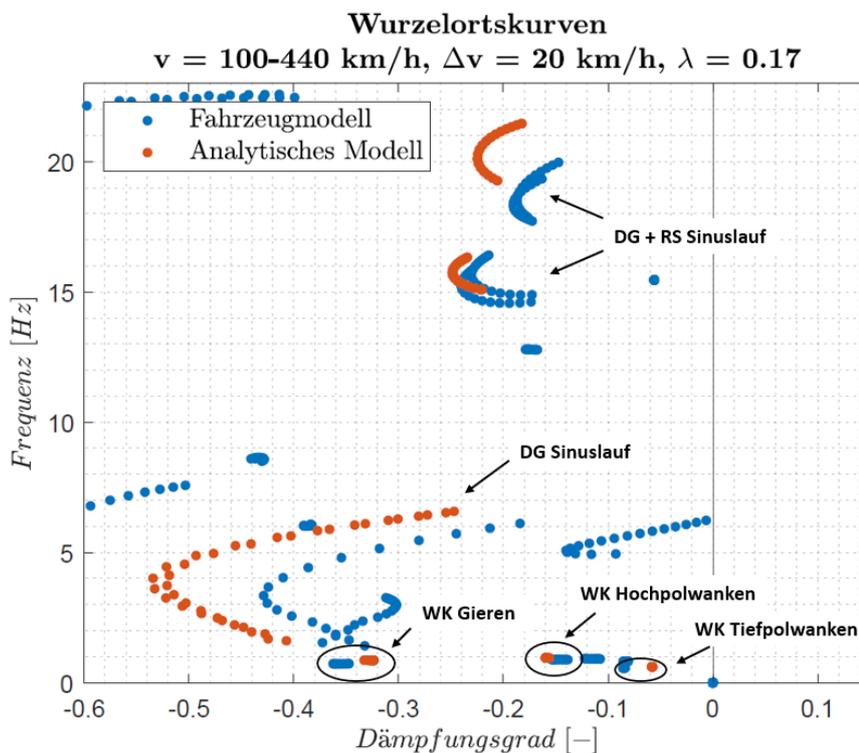
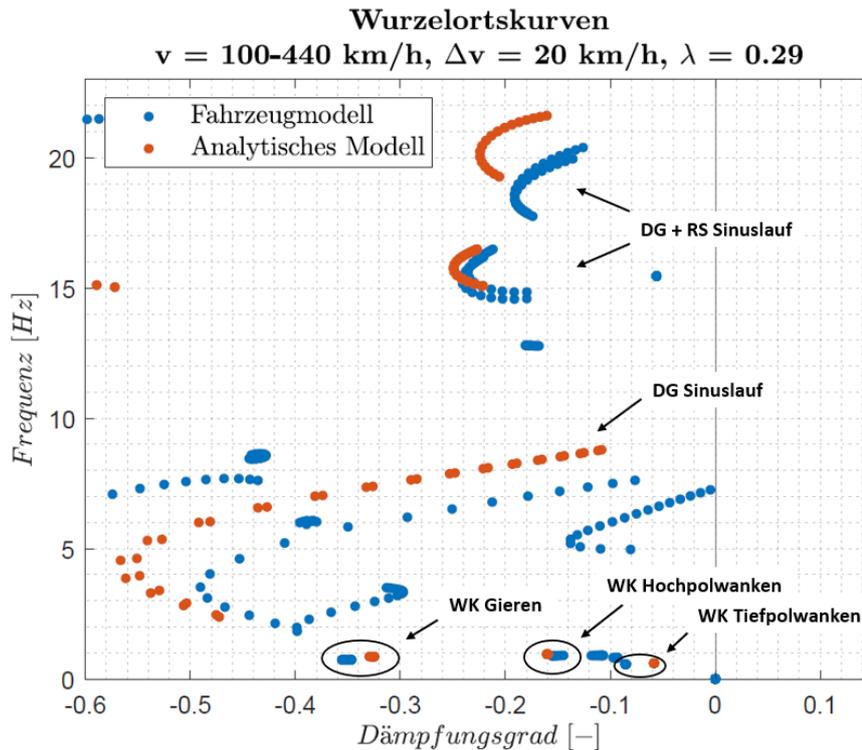


Abbildung 5.9.: Vergleich der Wurzelortskurven für  $\lambda = 0.17$

Abbildung 5.10.: Vergleich der Wurzelortskurven für  $\lambda = 0.29$ 

Trotz der Tatsache, dass im analytischen Modell keine Längsdynamik und nur ein Teil der Vertikaldynamik abgebildet ist, weisen die beiden Modelle, vor allem bezüglich der Quer- und Wankeigenschaften des Wagenkastens, ein ähnliches dynamisches Verhalten auf. Die Abweichungen ergeben sich vor allem aufgrund der Parameterabweichungen. Außerdem sind im Fahrzeugmodell alle Dämpferelemente elastisch angebunden, was in niedrigeren Dämpfungen resultiert. Durch eine Feinstellung der Parameter des analytischen Modells ist eine zusätzliche Anpassung an das Fahrzeugmodell möglich. Jedoch, wie der später entworfene Regler auch bestätigt, ist im analytischen Modell das dynamische Verhalten der für diese Arbeit relevanten Wagenkasteneigenformen hinreichend genau abgebildet.

## 5.5. Aktuator

Wie bereits erwähnt, haben die dynamischen Eigenschaften des Aktuators einen wesentlichen Einfluss auf die Regelgüte. Es gibt verschiedene Arten von Aktuatoren, die in Schienenfahrzeugen eingesetzt werden können wie z.B. elektro-mechanische, elektro-magnetische, hydraulische, rheologische usw. Dieser Arbeit beschäftigt sich mit keiner bestimmten Art des Aktuators. Stattdessen wird der Aktuator durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung

( $PT_1$ -Glied) approximiert. Dieses ist durch die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} \quad (5.12)$$

gegeben, wobei der positive Parameter  $T$  die Zeitkonstante und  $K$  der Verstärkungsfaktor ist (hier  $K = 1$ ). Die Zeitkonstante  $T$  ist dabei durch

$$T = \frac{1}{2\pi f_{PT_1}} \quad (5.13)$$

gegeben, wobei  $f_{PT_1}$  die Eckfrequenz ist. In Abbildung 5.11 ist die Sprungantwort eines  $PT_1$ -Glieds mit der Zeitkonstante  $T$  dargestellt.

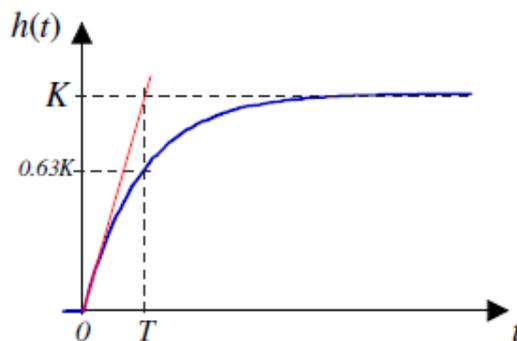


Abbildung 5.11.: Sprungantwort eines  $PT_1$ -Glieds mit der Zeitkonstante  $T$  [15]

In dieser Arbeit wird der Aktuator anstelle der Lateraldämpfer in der Sekundärstufe eingebaut und starr mit dem Drehgestellrahmen und dem Wagenkasten gekoppelt. In der Praxis sind die Anbindungen immer elastischer ausgeführt.

## 5.6. Co-Simulation

Der Regler und der Beobachter werden im Rahmen dieser Arbeit mithilfe von MATLAB/Simulink entworfen. Eine Möglichkeit das aktive Fahrzeug zu simulieren, besteht darin, Simpack und Simulink zu koppeln und eine Co-Simulation durchzuführen. Die Koppelung erfolgt über die Co-Simulation Schnittstelle *SIMAT*. In Abbildung 5.12 ist die schematische Darstellung einer Co-Simulation dargestellt.

Das Simpack-Fahrzeugmodell stellt über die *SIMAT*-Schnittstelle die vorab definierten Ausgangsgrößen dem Simulink-Modell zur Verfügung. Die, in Simulink implementierten, Regler und Beobachter berechnen anhand dieser Ausgangsgrößen die ideale Stellgröße. Das Aktuatormodell berechnet die

tatsächliche Stellgröße, die über die SIMAT-Schnittstelle in das Simpack-Fahrzeugmodell zurückgeführt wird.

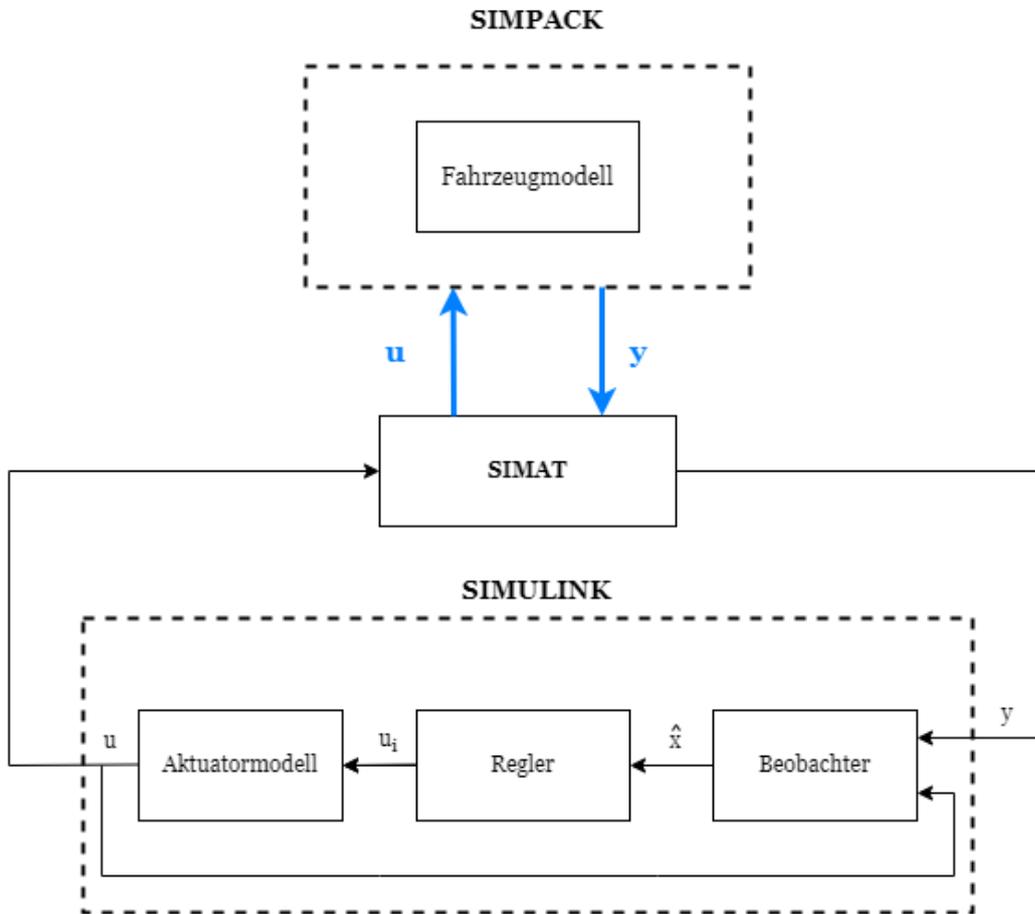


Abbildung 5.12.: Schematische Darstellung der Co-Simulation mittels SIMAT-Schnittstelle

## 6. Regler

Die Effizienz eines aktiven Systems ist auch von der Wahl eines passenden Regelgesetzes abhängig. Die Aufgabe eines Regelgesetzes bzw. eines Reglers ist es aus gegebenen bzw. gemessenen Signalen die Stellgröße so zu generieren, dass das gegebene System (Regelstrecke) ein gewünschtes dynamisches Verhalten aufweist und gleichzeitig die unerwünschten Auswirkungen der Störgrößen möglichst gering sind. So kann z.B. die Aufgabe eines Reglers sein, ein instabiles System zu stabilisieren oder ein langsames Systemverhalten zu beschleunigen. In diesem Kapitel werden zunächst die, für diese Arbeit definierten, Regelungsziele und Anforderungen an den Regler erläutert. Anschließend werden einige der am häufigsten verwendeten Regelungskonzepte für aktive Systeme in Schienenfahrzeugen beschrieben. Letztendlich wird der Reglerentwurf in Detail beschrieben.

### 6.1. Regelungsziel und Anforderungen

Die Aufgabe des Reglers bei einer Fahrkomfortverbesserung ist es die Beschleunigungen am Wagenkastenboden zu reduzieren bzw. möglichst klein zu halten. Das im Rahmen dieser Arbeit behandelte Fahrzeug ist, wie die meisten modernen Schienenfahrzeuge, mit Luftfedern in der Sekundärstufe ausgestattet. Durch den Einsatz der Luftfeder in der Sekundärstufe ist der Wagenkasten von den Radsatz- bzw. Drehgestellschwingungen in vertikaler Richtung so gut entkoppelt, dass dort praktisch kein Verbesserungspotential mehr besteht. Außerdem ist es aus Konstruktionsgründen nur schwer oder gar nicht möglich zusätzlich zu den Luftfedern ein aktives System in vertikaler Richtung zu implementieren. Da es sich auch um kein Nahverkehrsfahrzeug handelt, ist eine Fahrkomfortverbesserung durch die Reduktion der Wagenkastenbeschleunigungen in longitudinaler Richtung weniger attraktiv. Als einzig interessante Möglichkeit bleibt somit nur noch die laterale Richtung.

Das Hauptziel der zu entwerfenden Regelung ist somit eine Verbesserung des Fahrkomforts durch die Reduktion der lateralen Wagenkastenbeschleunigungen. Beim Vergleich mit dem passiven System wird nicht der gesamte Fahrkomfort (alle Koordinatenrichtungen) ausgewertet, sondern nur der 95%-Wert der gefilterten Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens verwendet (siehe Abschnitt 4.3). Damit das Implementieren des aktiven Systems

lohnenswert ist, sollte das aktive System gegenüber dem passiven eine Fahrkomfortverbesserung von mindestens 30% aufweisen.

Die beiden in Kapitel 5 beschriebenen Modelle sind neben den konstanten (wie z.B. Massen, Trägheitsmomente, Geometrie usw.) auch von einigen variablen Parametern (wie z.B. Rad/Schiene-Profilpaarung und Fahrgeschwindigkeit) abhängig. Der zu entwerfende Regler soll bezüglich einer Änderung dieser Parameter möglichst robust sein. Außerdem ist beim Reglerentwurf darauf zu achten, dass die Aktuatorkräfte die übliche Größenordnung der Lateralkräfte in der Sekundärstufe nicht übersteigen und die Lateralverschiebung des Aktuators möglichst klein gehalten wird, um den Kontakt mit den Querpuffern möglichst zu vermeiden.

## 6.2. Regelungskonzepte

Bisher wurden bei aktiven Systemen in Schienenfahrzeugen verschiedene Regelungskonzepte eingesetzt. Im Folgenden werden zwei der am häufigsten verwendeten, die skyhook-Regelung und die Zustandsregelung, genauer erläutert. Andere Regelungskonzepte wie z.B. das  $H_\infty$ -Regelungskonzept oder die modale Regelung sollen im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt werden. Mehr über diese beiden Konzepte kann in [1, 12, 13] gefunden werden.

### 6.2.1. Skyhook-Regelung

Das weitaus einfachste und am weitesten verbreitete Regelungskonzept der aktiven Systeme ist die sogenannte *skyhook-Regelung* (engl. *skyhook damping*). Bei konventionellen passiven Systemen ist die Dämpferkraft direkt proportional der Relativgeschwindigkeit zweier Körper, zwischen denen der Dämpfer angebracht ist. Bei Dämpfern in der Sekundärstufe ist das die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Wagenkasten und dem Drehgestellrahmen (Abbildung 6.1a). Die Grundidee der skyhook-Regelung besteht darin, die Absolutgeschwindigkeit des Wagenkastens zu reduzieren. Dazu wird der Dämpfer zwischen dem Wagenkasten und einem fiktiven Referenzpunkt angebracht (Abbildung 6.1b). Da in der Praxis eine solche Konfiguration nicht umsetzbar ist, wird, um den gleichen Effekt hervorzurufen, ein Aktuator zwischen dem Wagenkasten und dem Drehgestellrahmen angebracht (Abbildung 6.1c). Die Aktuatorkraft berechnet sich dabei durch

$$F_{sky} = -d_{sky}\dot{z}_c \quad (6.1)$$

wobei  $d_{sky}$  die skyhook-Dämpfung und  $\dot{z}_c$  die Wagenkastengeschwindigkeit in vertikaler Richtung ist. Das gleiche Konzept kann auch auf die laterale Richtung angewendet werden.

## 6. Regler

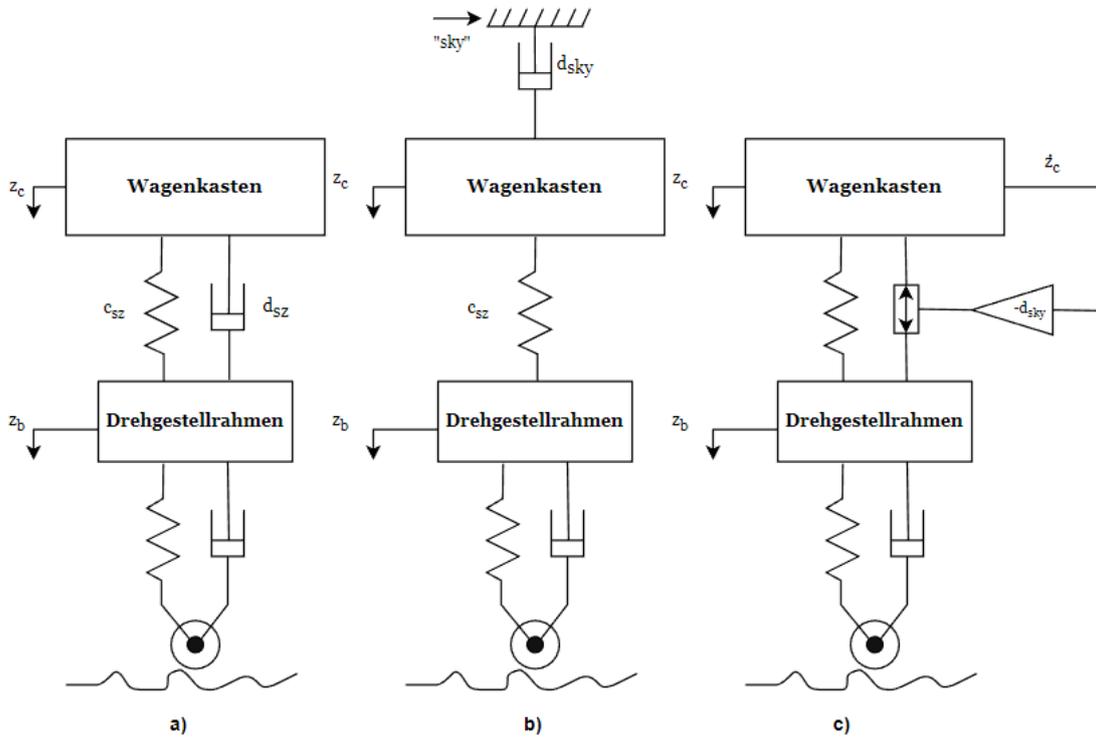


Abbildung 6.1.: Schematische Darstellung der Konfiguration mit dem konventionellen passiven System (a), der idealen skyhook-Konfiguration (b) und der realen skyhook-Konfiguration (c) in der Sekundärstufe in Vertikalrichtung

Durch den Vergleich der Übertragungsfunktionen in Gl. (6.2) und Gl. (6.3) lässt sich ein klarer Unterschied zwischen den beiden Konfigurationen, der mit dem konventionellen passiven System und der skyhook-Konfiguration, feststellen. Man erkennt, dass im Zählerpolynom der Übertragungsfunktion  $G_{skyhook}(s)$  der Term  $d_{sz}s$  nicht mehr vorhanden ist und dadurch der Einfluss der Geschwindigkeit des Drehgestellrahmens eliminiert ist. Dies ermöglicht die Wahl einer, im Vergleich zu konventioneller Dämpfung, höheren skyhook-Dämpfung und somit eine weitere Reduktion der Schwingungsübertragung vom Drehgestellrahmen auf den Wagenkasten [12, 13].

$$z_b \rightarrow z_c : G_{passiv}(s) = \frac{d_{sz} \cdot s + c_{sz}}{m_c \cdot s^2 + d_{sz} \cdot s + c_{sz}} \quad (6.2)$$

$$z_b \rightarrow z_c : G_{skyhook}(s) = \frac{c_{sz}}{m_c \cdot s^2 + d_{sky} \cdot s + c_{sz}} \quad (6.3)$$

In der Praxis wird die Geschwindigkeit des Wagenkastens üblicherweise durch die Integration der Beschleunigung ermittelt. Um die Integration der quasi-statischen Beschleunigungen (wie z.B. die Lateralbeschleunigung des Wagenkastens beim Bogenlauf) zu vermeiden, wird das Geschwindigkeitssi-

gnal mit einem Hochpassfilter gefiltert. In Abbildung 6.2 ist die praktische Implementierung des skyhook-Regelungskonzeptes schematisch dargestellt.

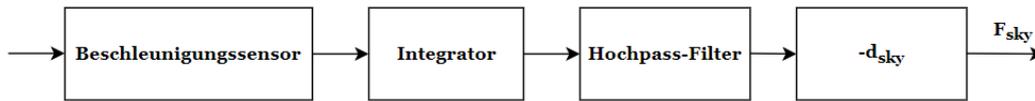


Abbildung 6.2.: Praktische Implementierung der skyhook-Regelung

### 6.2.2. Zustandsregelung

Ein weiteres, im Allgemeinen, weit verbreitetes Regelungskonzept ist die Zustandsregelung. Der Ausgangspunkt der Zustandsregelung ist das Zustandsraummodell der Regelstrecke

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}u. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Das Konzept der Zustandsregelung besteht darin, der Regelstrecke durch eine geeignete Rückführung des Zustandsvektors ein gewünschtes dynamisches Verhalten aufzuprägen. Dazu ist es naheliegend die Stellgröße als Linearkombination der Zustandsgrößen wie folgt

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}x \quad (6.5)$$

anzusetzen.  $\mathbf{K}$  ist dabei die sog. Regler- oder Rückführmatrix. Das negative Vorzeichen wird als Konvention meistens so gewählt, kann aber genauso gut in die Elemente von  $\mathbf{K}$  gezogen werden. Abbildung 6.3 zeigt einen Regelkreis, bestehend aus Regelstrecke und Zustandsregler.

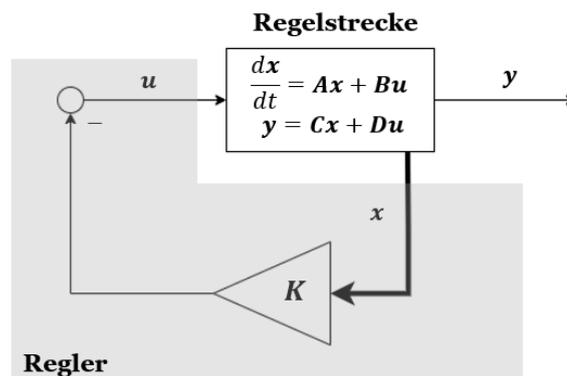


Abbildung 6.3.: Zustandsregelung [14]

Das dynamische Verhalten der Regelstrecke wird durch die Eigenwerte der Dynamikmatrix  $\mathbf{A}$  bestimmt. Ein übliches Verfahren für die Auslegung

eines Zustandsreglers ist die sog. *Eigenwertvorgabe*. Die Reglermatrix  $\mathbf{K}$  wird dabei so bestimmt, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x} \quad (6.6)$$

den vorgegebenen Eigenwerten entsprechen und der Regelstrecke somit ein gewünschtes dynamisches Verhalten verliehen wird. Die Berechnung der Reglermatrix  $\mathbf{K}$  aus den explizit vorgegebenen Eigenwerten erfolgt meistens mittels Formel von Ackermann.

Eine weitere Möglichkeit die Reglermatrix  $\mathbf{K}$  zu bestimmen erfolgt durch die Lösung einer Optimierungsaufgabe. Ein so ausgelegter Zustandsregler wird als Linear-Quadratischer-Regler (*LQR*) bezeichnet. Die Entwurfsaufgabe besteht darin, die Reglermatrix  $\mathbf{K}$  so zu bestimmen, dass das Kostenfunktional

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt \quad (6.7)$$

minimiert wird. Die Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  sind dabei quadratisch, symmetrisch und positiv semidefinit. Über die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  kann der Verlauf der Zustandsgrößen des geschlossenen Regelkreises beeinflusst werden. Andererseits können über die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{R}$  die Stellgrößen gewichtet und somit ihr Einfluss auf das Kostenfunktional eingestellt werden. Um die einzelnen Zustands- und Stellgrößen gezielt beeinflussen zu können, werden  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  meistens als Diagonalmatrizen gewählt. Je größer die Werte der Diagonalelemente von  $\mathbf{Q}$  bzw.  $\mathbf{R}$  gewählt werden, desto mehr werden die einzelnen Zustands- bzw. Stellgrößen „bestraft“. Größere Werte der Diagonalelemente von  $\mathbf{R}$  bedeuten, dass die Stellgrößen den Wert von  $J$  stark beeinflussen und dementsprechend in der optimalen Lösung betragsmäßig begrenzt werden. Andererseits bedeuten die kleineren Werte der Diagonalelemente von  $\mathbf{R}$ , dass die Stellgrößen nur einen unwesentlichen Einfluss auf den Wert von  $J$  haben und dementsprechend in der optimalen Lösung auch betragsmäßig größere Werte annehmen können. Analog dazu bedeuten die größeren Werte der Diagonalelemente von  $\mathbf{Q}$  eher langsame Änderungen der Zustandsgrößen, während kleinere Werte auch schnellere Änderungen der Zustandsgrößen erlauben. Die Wahl der Gewichtungsmatrizen spielt beim Entwurf eines LQ-Reglers eine entscheidende Rolle und kann auf verschiedene Weisen erfolgen. Es ist jedoch üblich, besonders bei komplexeren Systemen, eine Matrix als Einheitsmatrix festzulegen und die andere durch Variation zu ermitteln.

Wie man in Gl. (6.7) erkennen kann, gehen die Zustands- und die Stellgrößen in das Funktional quadratisch ein, was in einem konvexen Optimierungsproblem resultiert. Ein konvexes Optimierungsproblem zeichnet sich dadurch aus, dass das lokale Minimum gleichzeitig auch ein globales Minimum ist. Die Lösung der Optimierungsaufgabe ist somit ein *optimaler*

Zustandsregler. Dieser ist durch

$$u = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (6.8)$$

gegeben, wobei  $\mathbf{P}$  die Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung

$$\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} = -\mathbf{Q} \quad (6.9)$$

ist. Der Entwurf eines LQ-Zustandsreglers kann auch als indirekte Eigenwertvorgabe interpretiert werden.

Beim Entwurf eines Zustandsreglers wird die Steuerbarkeit der Regelstrecke vorausgesetzt. Die Steuerbarkeit eines Systems besagt lediglich, dass über die Eingangsgrößen  $\mathbf{u}$  jede Zustandsgröße beeinflusst werden kann. Um einen LQ-Zustandsregler entwerfen zu können, muss die Regelstrecke steuerbar oder zumindest stabilisierbar sein. Die Stabilisierbarkeit eines Systems bedeutet, dass die Eigenwerte der nicht steuerbaren Zustandsgrößen einen negativen Realteil haben. Eine ausführliche Erklärung der Begriffe Steuerbarkeit und Stabilisierbarkeit sowie die Kriterien zur Überprüfung der Steuerbarkeit eines Systems können in [4] gefunden werden.

### 6.3. Reglerentwurf

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einem Mehrgrößensystem<sup>1</sup>. Da die Zustandsraumdarstellung bei der regelungstechnischen Behandlung von Mehrgrößensystemen besonders effizient ist, wurde für die Zustandsregelung entschieden. Der Entwurf eines Zustandsreglers mittels Eigenwertvorgabe ist bei Mehrgrößensystemen i.A. wesentlich komplizierter als im Eingrößensystem, da keine eindeutige Rückführung existiert. Außerdem ist es bei der Eigenwertvorgabe nicht möglich die Güte der Zustandsgrößen und den Stellaufwand direkt zu berücksichtigen. Das ist in der Praxis und auch in dieser Arbeit jedoch gewünscht. Daher wurde entschieden einen LQ-Zustandsregler zu entwerfen.

Oft ist es beim Entwurf eines LQ-Zustandsreglers nicht notwendig alle Zustandsgrößen zu minimieren, um ein bestimmtes Regelungsziel zu erreichen. In diesem Fall kann das Kostenfunktional aus der Gl. (6.7) wie folgt

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{y}(t)^T\mathbf{Q}\mathbf{y}(t) + \mathbf{u}(t)^T\mathbf{R}\mathbf{u}(t)] dt \quad (6.10)$$

umgestaltet werden.  $\mathbf{y}$  ist dabei der Vektor mit den *fiktiven* Ausgangsgrößen, die bei der Regelung reduziert bzw. klein gehalten werden sollen.

<sup>1</sup>MIMO-System (engl. *Multiple Input Multiple Output*)

Im Rahmen dieser Arbeit wurden beim Reglerentwurf zwei verschiedene Ansätze getestet. Bei dem ersten Ansatz wurden, um die Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens zu reduzieren, die Lateralverschiebung und das Gieren des Wagenkastens als fiktive Ausgangsgrößen definiert

$$\mathbf{y}_1 = [y_c \ \psi_c]^T. \quad (6.11)$$

Das Zustandsraummodell der Regelstrecke ist durch

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y}_1 &= \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_1\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

gegeben. Die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}_1$  und die Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}_1$  lauten <sup>2</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= [\mathbf{A}(1, :); \mathbf{A}(2, :)] \\ \mathbf{D}_1 &= [\mathbf{B}(1, :); \mathbf{B}(2, :)]. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Dieser Ansatz entspricht im Grunde dem Ansatz der skyhook-Regelung. Der mit diesem Ansatz entworfene Regler wird bei der Diskussion im weiteren Verlauf als *Regler 1* bezeichnet. Bei dem zweiten Ansatz wurden die lateralen Wagenkastenbeschleunigungen über den beiden Drehgestellen als fiktive Ausgangsgrößen gewählt und direkt minimiert, d.h.

$$\mathbf{y}_2 = [\ddot{y}_{c_1} \ \ddot{y}_{c_2}]^T. \quad (6.14)$$

Das Zustandsraummodell der Regelstrecke ist durch

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y}_2 &= \mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{D}_2\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

gegeben. Die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}_2$  und die Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}_2$  lassen sich aus Bewegungsgleichungen (5.1)-(5.10) ermitteln und lauten

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_2 &= [\mathbf{A}(18, :) + l \cdot \mathbf{A}(19, :); \mathbf{A}(18, :) - l \cdot \mathbf{A}(19, :)] \\ \mathbf{D}_2 &= [\mathbf{B}(18, :) + l \cdot \mathbf{B}(19, :); \mathbf{B}(18, :) - l \cdot \mathbf{B}(19, :)]. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Der mit diesem Ansatz entworfene Regler wird bei der Diskussion im weiteren Verlauf als *Regler 2* bezeichnet.

Die beiden Regler wurden mithilfe der MATLAB-Funktion *lqry* und an einem Modell mit  $\lambda = 0.17$  und  $v = 300\text{km/h}$  entworfen. Die beiden Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  wurden dabei als Diagonalmatrizen wie folgt

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \rho \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

<sup>2</sup>MATLAB-Nomenklatur:  $X(i, :)$  steht für  $i$ -ten Zeilenvektor der Matrix  $X$

gewählt. Die Gewichtung  $\rho$  der beiden Stellgrößen wurde durch Versuche ermittelt. Für jede berechnete Reglermatrix  $\mathbf{K}$  wurde das nichtlineare aktive Fahrzeugmodell simuliert und die Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens ermittelt. Die Koppelung zwischen dem Fahrzeugmodell in Simpack und dem Reglermodell in Simulink erfolgte dabei, wie bereits in Abschnitt 5.6 beschrieben, mittels der SIMAT-Schnittstelle. In Abbildung 6.4 ist der verwendete Simulink-Koppelplan dargestellt.

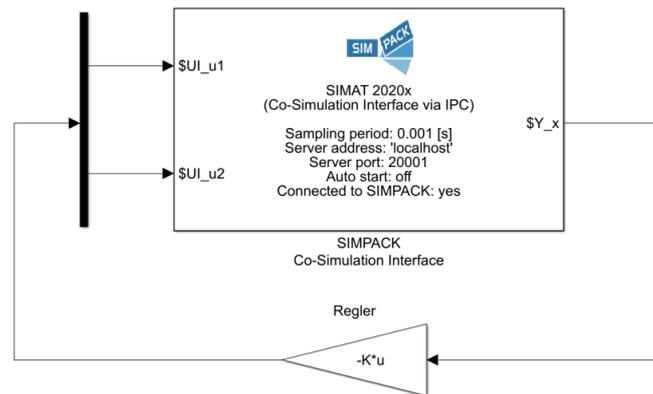


Abbildung 6.4.: Reglerentwurf - Simulink-Koppelplan

Die Simulation wurde an einer Gerade mit den synthetisch generierten Gleislagestörungen durchgeführt. Die generierten Gleislagestörungen wurden dabei so skaliert, dass die Gleislagequalität laut EN 14363 so schlecht wie erlaubt ist (siehe [7]). Sowohl die Generierung als auch die Nachbearbeitung der Gleislagestörungen erfolgte dabei mittels der seitens Siemens Mobility entwickelten Software. In Abbildungen (6.5)-(6.6) sind die synthetisch generierten Gleislagestörungen und das zugehörige Leistungsdichtespektrum dargestellt.

Wie man erkennen kann, ist in den generierten Gleislagestörungen ein Wellenlängenbereich von etwa  $2 - 400\text{m}$  abgebildet. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Simulationen mit drei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten ( $230 - 300 - 360\text{ km/h}$ ) durchgeführt. Abhängig von der Fahrgeschwindigkeit entspricht der abgebildete Wellenlängenbereich einem der drei folgenden Frequenzbereiche:

- bei  $v = 230\text{ km/h}$  etwa  $0.15 - 30\text{ Hz}$
- bei  $v = 300\text{ km/h}$  etwa  $0.2 - 40\text{ Hz}$
- bei  $v = 360\text{ km/h}$  etwa  $0.4 - 50\text{ Hz}$

Für alle drei Fahrgeschwindigkeiten ist der in den Gleislagestörungen abgedeckte Frequenzbereich jedenfalls groß genug, um die wichtigsten Fahrzeuigenformen anzuregen (siehe Abbildung 5.9).

## 6. Regler

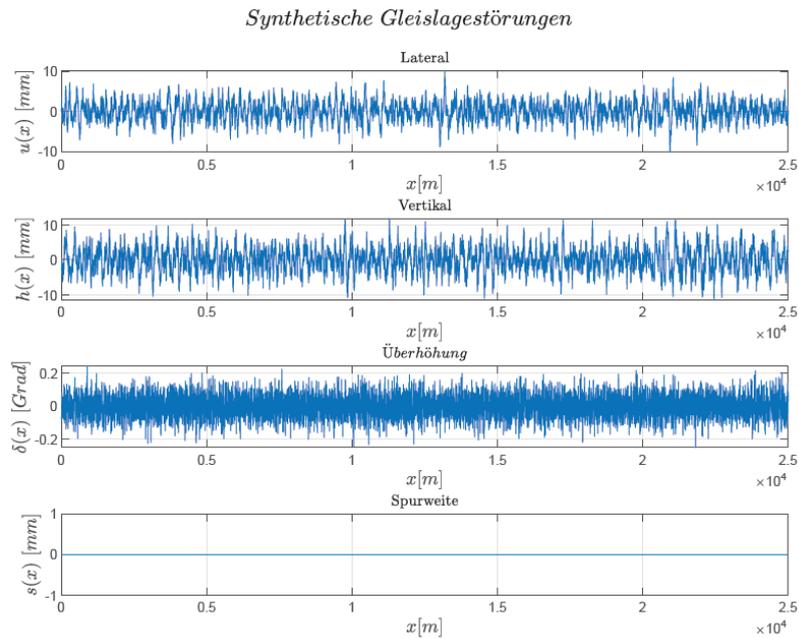


Abbildung 6.5.: Synthetische Gleislagestörungen

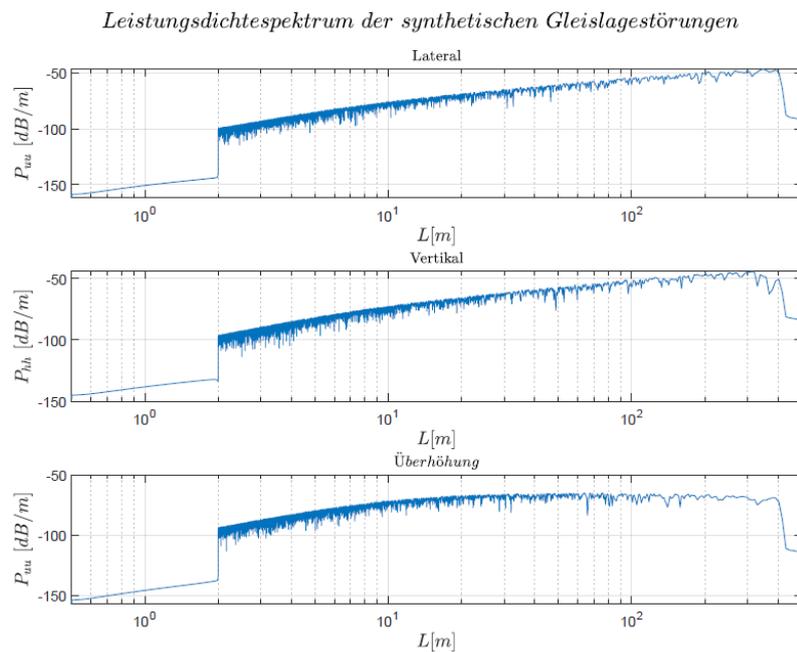


Abbildung 6.6.: Leistungsdichtespektrum der synthetischen Gleislagestörungen

In Abbildungen (6.7)-(6.12) sind die Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen und die Aktuatorkräfte der beiden Regler für verschiedene Gewichtungen  $\rho$  dargestellt. Um den Vergleich mit dem passiven System zu vervollständigen, wurden die 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte

## 6. Regler

ebenfalls tabellarisch zusammengefasst. Auch wenn die Lateralverschiebungen in der Sekundärstufe bei der Simulation im geraden Gleis weniger aussagekräftig sind, wurden sie trotzdem der Vollständigkeit halber dargestellt. Um eine normkonforme Fahrkomfortbeurteilung zu gewährleisten, wurde es 300s lang simuliert. Die Lateralbeschleunigungen wurden am Wagenkastenboden über den beiden Drehgestellen gemessen.

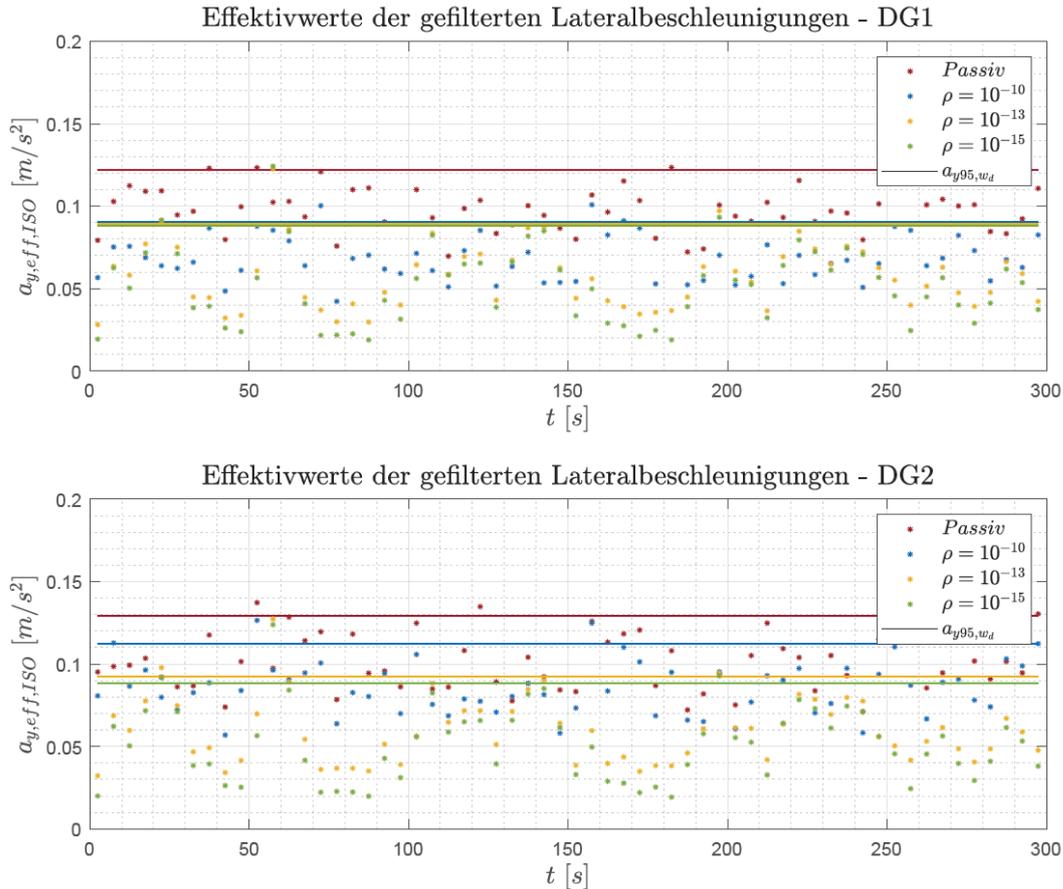


Abbildung 6.7.: Regler 1 - Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen für verschiedene Gewichtungen  $\rho$

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.1222	0.1295	—	—
Aktiv mit $\rho = 10^{-10}$	0.0902	0.1126	-26.2	-13.1
Aktiv mit $\rho = 10^{-13}$	0.0891	0.0925	-27.1	-28.5
Aktiv mit $\rho = 10^{-15}$	0.0882	0.0884	-27.8	-31.7

Tabelle 6.1.: Regler 1 - Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte für verschiedene Gewichtungen  $\rho$  und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

## 6. Regler

### Aktuatorkräfte

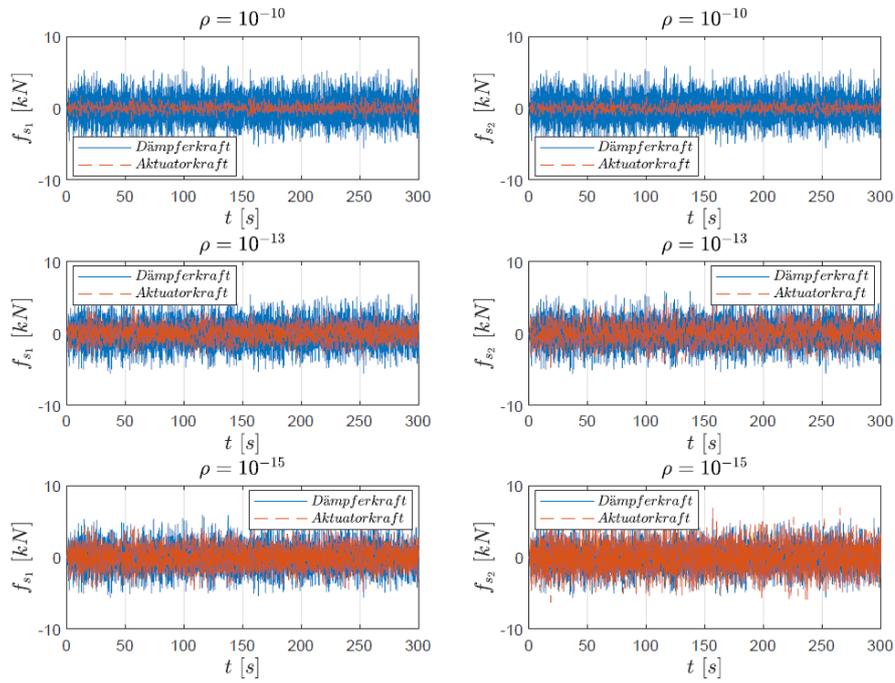


Abbildung 6.8.: Regler 1 - Aktuatorkräfte

### Lateralverschiebung des Aktuators

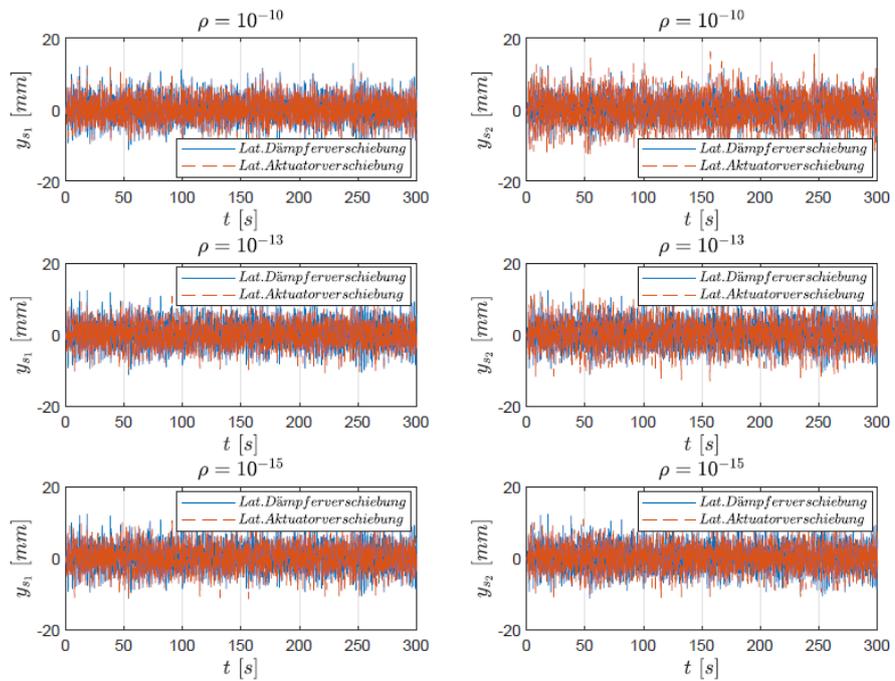


Abbildung 6.9.: Regler 1 - Lateralverschiebung des Aktuators

## 6. Regler

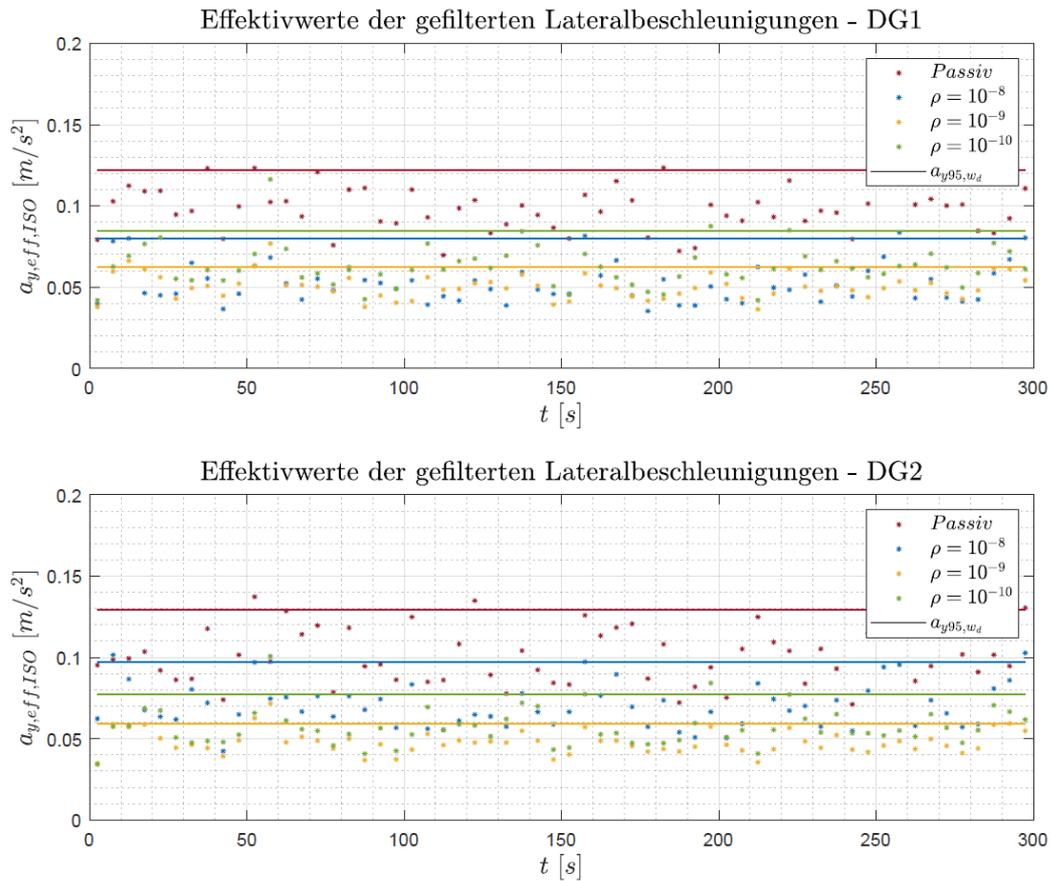


Abbildung 6.10.: Regler 2 - Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen für verschiedene Gewichtungen  $\rho$

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.1222	0.1295	—	—
Aktiv mit $\rho = 10^{-8}$	0.0802	0.0971	-34.4	-24.9
Aktiv mit $\rho = 10^{-9}$	0.0623	0.0591	-49.1	-54.3
Aktiv mit $\rho = 10^{-10}$	0.0847	0.0773	-30.7	-40.3

Tabelle 6.2.: Regler 2 - Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte für verschiedene Gewichtungen  $\rho$  und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

## 6. Regler

### Aktuatorkräfte

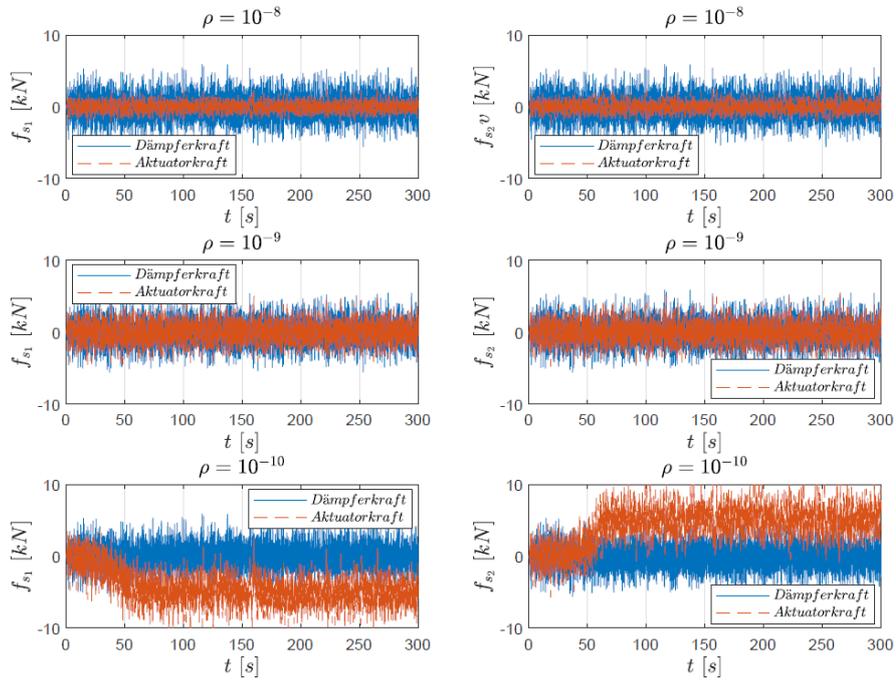


Abbildung 6.11.: Regler 2 - Aktuatorkräfte

### Lateralverschiebung des Aktuators

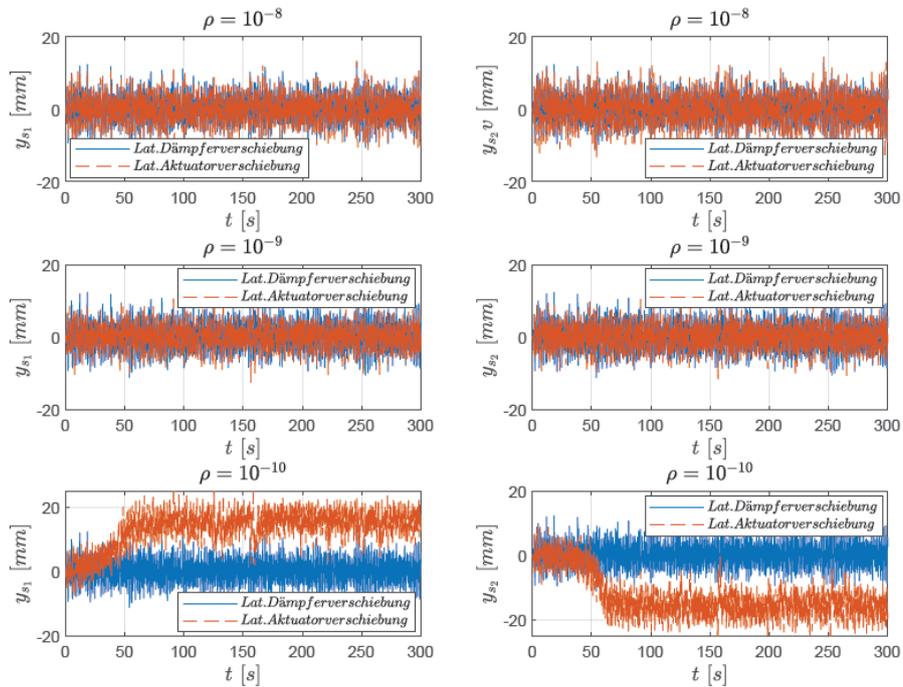


Abbildung 6.12.: Regler 2 - Lateralverschiebung des Aktuators

In den Abbildungen lässt sich erkennen, dass sowohl mit Regler 1 als auch mit Regler 2 eine Reduktion der Lateralbeschleunigungen gegenüber dem passiven Fahrzeug erreicht werden kann. Mit der Wahl der Gewichtung  $\rho = 10^{-15}$  kann mit Regler 1 die Lateralbeschleunigung des Wagenkastens über dem vorderen Drehgestell um etwa 27% bzw. über dem hinteren Drehgestell um etwa 31% reduziert werden. Das zu Beginn festgelegte Ziel von mindestens 30% Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug wird soeben noch erfüllt. Eine weitere Reduktion der Gewichtung  $\rho$  war jedoch nicht realisierbar. Andererseits kann mit Regler 2 eine deutliche Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug erreicht werden. Die optimale Wahl der Gewichtung liegt bei  $\rho = 10^{-9}$  und führt, bei ungefähr gleich großen Lateralkräften wie beim passiven Fahrzeug, zu einer Reduktion der Lateralbeschleunigungen von etwa 49% über dem vorderem bzw. von etwa 54% über dem hinteren Drehgestell. Jede weitere Reduktion der Gewichtung  $\rho$  führt wieder zu höheren Lateralbeschleunigungen und somit zu einem schlechteren Fahrkomfort. Sowohl die Lateralkräfte als auch die Lateralverschiebungen der beiden Regler liegen in einer ungefähr gleichen Größenordnung wie die vom passiven Fahrzeug.

Die beiden Regler (Regler 1 mit  $\rho = 10^{-15}$  und Regler 2 mit  $\rho = 10^{-9}$ ) wurden ebenfalls an Fahrzeugmodellen mit verschiedenen Rad/Schiene-Profilpaarungen bzw. verschiedenen äquivalenten Konizitäten und verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten getestet. Die 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte sind in Tabellen (6.3)-(6.6) zum Vergleich zusammengefasst. Man erkennt, dass bei einem Fahrzeug mit einer niedrigen Konizität sowohl Regler 1 als auch Regler 2 zu einer wesentlichen Reduktion der Lateralbeschleunigungen im Vergleich zum passiven Fahrzeug (etwa 60% bei Regler 1 bzw. etwa 70% bei Regler 2) führen. Bei einem Fahrzeug mit einer hohen Konizität weist Regler 1 zwar eine Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug auf, jedoch liegt diese unter den geforderten 30%. Regler 2 hingegen führt auch bei einem Fahrzeug mit einer hohen Konizität zu einer signifikanten Reduktion der Lateralbeschleunigungen (46% über dem vorderem und 53% über dem hinteren Drehgestell) im Vergleich zum passiven Fahrzeug. Die Simulationsergebnisse zeigen, dass die beiden Regler sowohl bei einer niedrigen als auch bei einer höheren Fahrgeschwindigkeit zu einer signifikanten Reduktion der Lateralbeschleunigungen führen. Erneut führt Regler 2 zu etwas besseren Ergebnissen (Reduktion von etwa 40% bzw. etwa 50% über dem vorderen Drehgestell und etwa 50% bzw. etwa 60% über dem hinteren Drehgestell). Aufgrund der allgemein besseren Leistung wurde im weiteren Verlauf der Arbeit für den Einsatz des als Regler 2 bezeichneten Zustandsregler mit  $\rho = 10^{-9}$  entschieden.

## 6. Regler

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.1923	0.2309	—	—
Aktiv (Regler 1 mit $\rho = 10^{-15}$ )	0.0759	0.0751	-60.5	-67.5
Aktiv (Regler 2 mit $\rho = 10^{-9}$ )	0.0506	0.0593	-73.7	-74.3

Tabelle 6.3.: Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit  $\lambda = 0.01$  und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.1159	0.1236	—	—
Aktiv (Regler 1 mit $\rho = 10^{-15}$ )	0.0894	0.0895	-22.8	-27.6
Aktiv (Regler 2 mit $\rho = 10^{-9}$ )	0.0615	0.0580	-46.9	-53.1

Tabelle 6.4.: Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit  $\lambda = 0.29$  und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.1100	0.1216	—	—
Aktiv (Regler 1 mit $\rho = 10^{-15}$ )	0.0814	0.0815	-25.9	-36.9
Aktiv (Regler 2 mit $\rho = 10^{-9}$ )	0.0668	0.0587	-39.2	-51.8

Tabelle 6.5.: Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit  $v = 230km/h$  und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.1254	0.1446	—	—
Aktiv (Regler 1 mit $\rho = 10^{-15}$ )	0.0749	0.0754	-40.3	-47.9
Aktiv (Regler 2 mit $\rho = 10^{-9}$ )	0.0605	0.0575	-51.8	-60.2

Tabelle 6.6.: Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte bei einem Fahrzeug mit  $v = 360km/h$  und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

## 7. Beobachter

Beim Entwurf des Zustandsreglers in Kapitel 6 wurde angenommen, dass alle Zustandsgrößen messbar sind und dem Regelgesetz zur Verfügung stehen. Jedoch ist das in der Praxis meistens nicht der Fall. Das Messen bestimmter Zustandsgrößen ist oft aufgrund der aufwendigen Sensorik nicht sinnvoll oder physikalisch sogar unmöglich. Die Aufgabe eines Zustandsbeobachters besteht darin, aus den zugänglichen Ein- und Ausgangsgrößen der Strecke die nicht messbaren Zustandsgrößen zu rekonstruieren und dem Regler zur Verfügung zu stellen. Bei einem gemeinsamen Einsatz eines Zustandsreglers und eines Beobachters spricht man auch von einem sog. Kontrollbeobachter. Der Beobachter kann aber auch unabhängig von einer Zustandsrückführung zur Schätzung der nicht direkt messbaren Zustandsgrößen eingesetzt werden. Das Kapitel beschreibt zunächst das Konzept eines klassischen Zustandsbeobachters – des Luenberger-Beobachters. Anschließend wird der Einsatz des Beobachters in einem Regelkreis, also der Kontrollbeobachter, und das Separationstheorem erläutert. Im letzten Teil des Kapitels wird der Entwurf des Beobachters in Detail beschrieben.

### 7.1. Luenberger-Beobachter

Die Grundidee des Luenberger-Beobachters besteht darin, anhand einer Kopie des Streckenmodells die Zustandsgrößen zu rekonstruieren. Um die Abweichungen zwischen dem tatsächlichen Zustandsvektor  $x$  und dem geschätzten Zustandsvektor  $\hat{x}$  korrigieren zu können, wird das Modell noch um ein Korrekturterm erweitert. Dazu wird der reale Ausgang  $y$  mit dem Ausgang des Beobachtermodells  $\hat{y}$  verglichen und ihre gewichtete Differenz zur Korrektur von  $\hat{x}$  verwendet. Auf diese Weise entsteht eine Rückkopplung innerhalb des Beobachters. In Abbildung 7.1 ist das Konzept des Luenberger-Beobachters dargestellt.

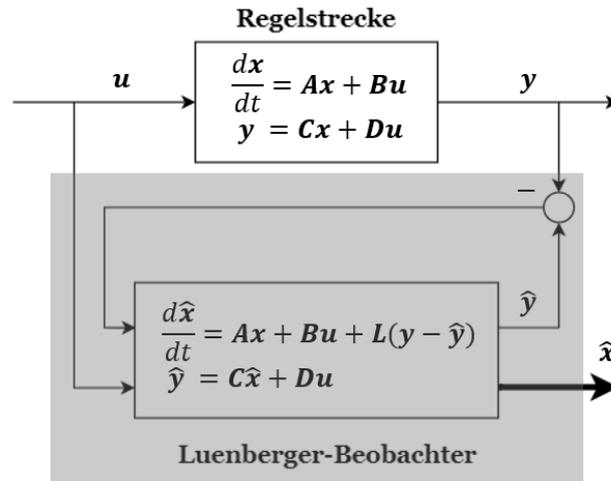


Abbildung 7.1.: Luenberger-Beobachter [14]

Das Zustandsraummodell des Beobachters lautet somit

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (7.1)$$

bzw.

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x} \quad (7.2)$$

wobei  $\mathbf{L}$  die beim Beobachterentwurf zu bestimmende Beobachtermatrix ist. Die Abweichung des Schätzwertes  $\hat{\mathbf{x}}$  von dem wahren Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  wird als Schätzfehler  $\mathbf{e}$  bezeichnet.

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \quad (7.3)$$

Das zeitliche Verhalten des Schätzfehlers ergibt sich somit zu

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{e}}{dt} &= \frac{d\mathbf{x}}{dt} - \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{B}\mathbf{u} - \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x} \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{x} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\hat{\mathbf{x}} \\ &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\mathbf{e}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Damit sich der geschätzte Zustandsvektor  $\hat{\mathbf{x}}$  asymptotisch dem wahren Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  nähert

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\mathbf{x}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x} \quad (7.5)$$

bzw. der Schätzfehler  $\mathbf{e}$  asymptotisch gegen Null strebt

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (7.6)$$

muss die Beobachtermatrix  $\mathbf{L}$  so bestimmt werden, dass alle Eigenwerte der Matrix  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  einen negativen Realteil haben und die Matrix  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  somit eine Hurwitzmatrix ist. Die Beobachtermatrix  $\mathbf{L}$  kann ähnlich wie die Reglermatrix  $\mathbf{K}$  durch die explizite Eigenwertvorgabe oder durch die Lösung einer Optimierungsaufgabe und somit eine indirekte Eigenwertvorgabe ermittelt werden.

Beim Entwurf eines Zustandsbeobachters wird die Beobachtbarkeit der Regelstrecke vorausgesetzt. Die Beobachtbarkeit eines Systems besagt lediglich, dass in den Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  Informationen über alle Zustandsvariablen enthalten sind. Beim Beobachterentwurf mittels einer Optimierung reicht eine abgeschwächte Version dieser Bedingung und die Regelstrecke muss zumindest detektierbar sein. Die Detektierbarkeit eines Systems bedeutet, dass die bzgl. der Ausgangsgrößen  $\mathbf{y}$  nichtbeobachtbaren Eigenwerte einen negativen Realteil haben. Eine ausführliche Erklärung der Begriffe Beobachtbarkeit und Detektierbarkeit sowie die Kriterien zur Überprüfung der Beobachtbarkeit eines Systems können in [4] gefunden werden.

## 7.2. Kontrollbeobachter und Separationstheorem

Im Fall einer steuerbaren (oder zumindest stabilisierbaren) und beobachtbaren (oder zumindest detektierbaren) Regelstrecke können die mithilfe eines Beobachters geschätzten Zustandsgrößen bei der Bildung der Zustandsrückführung herangezogen werden

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}. \quad (7.7)$$

Eine solche Anordnung, bestehend aus Beobachter und Zustandsregler, wird als Kontrollbeobachter bezeichnet. In Abbildung 7.2 ist das Konzept des Kontrollbeobachters dargestellt.

Das Zustandsraummodell des geschlossenen Regelkreises lautet somit

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{BK}\hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \\ \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} &= (\mathbf{A} - \mathbf{LC} - \mathbf{BK})\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{LC}\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Das Modell lässt sich in einer kompakten Matrixform wie folgt

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{BK} \\ \mathbf{LC} & \mathbf{A} - \mathbf{LC} - \mathbf{BK} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (7.9)$$

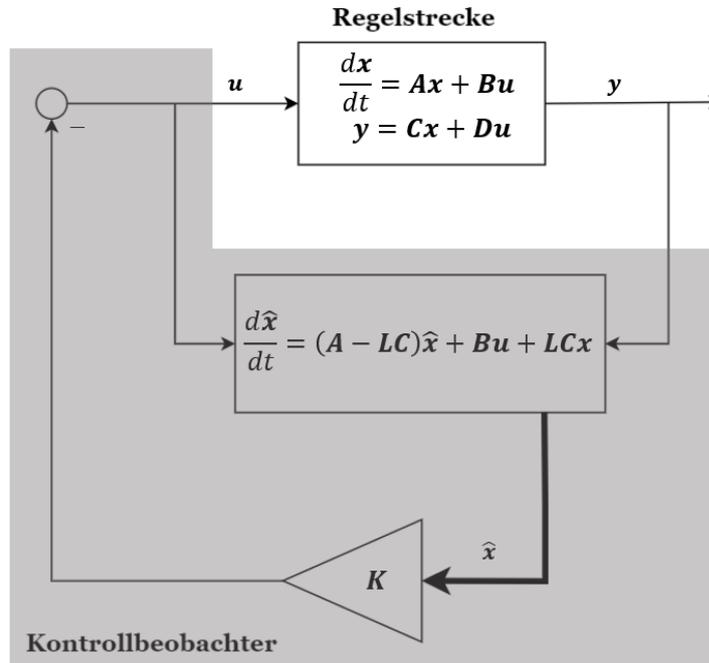


Abbildung 7.2.: Kontrollbeobachter [14]

schreiben. Wie man erkennen kann, wird die Dynamikmatrix und somit auch die Lage der Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises stark von der Wahl der Matrizen  $\mathbf{K}$  und  $\mathbf{L}$  beeinflusst. Mit dem sog. Separationstheorem kann gezeigt werden, dass sich die Eigenwerte des Gesamtsystems aus den Eigenwerten der Matrix  $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$  und den Eigenwerten der Matrix  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  zusammensetzen. Das bedeutet, dass die Eigenwerte des ohne Beobachter geschlossenen Regelkreises durch den Einsatz des Beobachters nicht verschoben werden und der Beobachter und der Zustandsregler somit unabhängig voneinander entworfen werden können. Die exakte Herleitung und der Beweis des Separationstheorems können in [4] gefunden werden.

### 7.3. Beobachterentwurf

Wie bereits gezeigt wurde, besteht der Beobachterentwurf darin, die Beobachtermatrix  $\mathbf{L}$  so zu bestimmen, dass die Dynamikmatrix des Schätzfehlers  $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$  eine Hurwitzmatrix ist. Aufgrund der Tatsache, dass das charakteristische Polynom und somit auch die Eigenwerte einer quadratischen Matrix durch deren Transposition nicht verändert werden, kann die Dynamikmatrix des Schätzfehlers wie folgt

$$(\mathbf{A} - \mathbf{LC})^T = (\mathbf{A}^T - \mathbf{C}^T \mathbf{L}^T) \quad (7.10)$$

angeschrieben werden. Durch ein Vergleich mit Gl. (6.6) lässt sich feststellen, dass der Beobachter- und der Zustandsreglerentwurf somit strukturell identisch sind. Demnach kann die Beobachtermatrix  $\mathbf{L}$  bestimmt werden, indem für das *fiktive* System

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{A}^T \mathbf{z} + \mathbf{C}^T \mathbf{u} \quad (7.11)$$

eine Zustandsrückführung der Form

$$\mathbf{u} = -\mathbf{L}^T \mathbf{z} \quad (7.12)$$

entworfen wird. Die in Abschnitt 6.2.2 besprochene Vorgehensweise zum Entwurf eines Zustandsreglers kann somit auch auf den Beobachterentwurf übertragen werden. Um einen Zustandsregler für das fiktive System entwerfen zu können, muss dieses, wie bereits aus Abschnitt 6.2.2 bekannt, steuerbar oder zumindest stabilisierbar sein. Es lässt sich leicht zeigen, dass diese Bedingung genau dann erfüllt ist, wenn das Originalsystem beobachtbar bzw. detektierbar ist.

Um einen kostengünstigen Beobachter zu entwerfen, wurden nur die Beschleunigungssensoren verwendet und folgende Beschleunigungen am Fahrzeug gemessen:

- Lateralbeschleunigungen der Drehgestellrahmen oberhalb der vorderen Radsätze ( $\ddot{y}_{b_1}$ ,  $\ddot{y}_{b_3}$ ) und
- Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens oberhalb der beiden Drehgestelle ( $\ddot{y}_{c_1}$  und  $\ddot{y}_{c_2}$ )

Auf die Messung der Radsatzbeschleunigungen wurde in dieser Arbeit verzichtet. Einerseits sind die Einsatzbedingungen an den Radsätzen vor allem aufgrund der hochfrequenten Umgebung extrem und andererseits wären diese hohen Frequenzen bei der Zustandsschätzung auch in den einzelnen Zustandsgrößen abgebildet. Bei einer Zustandsrückführung würde das in einem höheren Frequenzinhalt der Stellgrößen resultieren. Im Idealfall, wie man es aus Simulationen in Kapitel 6 erkennen kann, stellt das kein Problem dar. In der Realität jedoch könnte das zu unerwarteten Spitzenwerten der Stellgrößen führen, die sich negativ auf den Fahrkomfort aber auch auf die allgemeinen dynamischen Eigenschaften des Fahrzeugs auswirken könnten.

Der Vektor mit den Ausgangsgrößen lautet somit

$$\mathbf{y} = [\ddot{y}_{c_1} \ \ddot{y}_{c_2} \ \ddot{y}_{b_1} \ \ddot{y}_{b_3}]^T. \quad (7.13)$$

Das Zustandsraummodell der Strecke für den Beobachterentwurf ist durch

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (7.14)$$

gegeben. Die Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$  und die Durchgriffsmatrix  $\mathbf{D}$  lassen sich aus Bewegungsgleichungen (5.1)-(5.10) ermitteln und lauten

$$\begin{aligned}\mathbf{C} &= [\mathbf{A}(18,:) + l \cdot \mathbf{A}(19,:); \mathbf{A}(18,:) - l \cdot \mathbf{A}(19,:); \\ &\quad \mathbf{A}(21,:) + b \cdot \mathbf{A}(22,:); \mathbf{A}(24,:) + b \cdot \mathbf{A}(25,:)] \\ \mathbf{D} &= [\mathbf{B}(18,:) + l \cdot \mathbf{B}(19,:); \mathbf{B}(18,:) - l \cdot \mathbf{B}(19,:); \\ &\quad \mathbf{B}(21,:) + b \cdot \mathbf{B}(22,:); \mathbf{B}(24,:) + b \cdot \mathbf{B}(25,:)].\end{aligned}\tag{7.15}$$

Mithilfe der transponierten Matrizen  $\mathbf{A}^T$  und  $\mathbf{C}^T$  wurde das fiktive System gebildet und die Beobachtermatrix  $\mathbf{L}$  wurde durch Entwurf eines LQ-Zustandsreglers für dieses System ermittelt. Die Ermittlung erfolgte dabei mithilfe der MATLAB-Funktion *lqr* und an einem Modell mit  $\lambda = 0.17$  und  $v = 300\text{km/h}$ . Die beiden Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  wurden dabei erneut als Diagonalmatrizen wie folgt

$$\mathbf{Q}_{38 \times 38} = \kappa \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\tag{7.16}$$

gewählt. Die Gewichtung  $\kappa$  der Zustandsgrößen des fiktiven Systems wurde durch Versuche ermittelt. Für jede berechnete Beobachtermatrix  $\mathbf{L}$  wurde der entworfene Beobachter an dem nichtlinearen Fahrzeug getestet. Eine anschauliche Beurteilung der Güte der Zustandsschätzung ist aufgrund der hohen Anzahl der Zustandsgrößen schwierig. Auch eine quantitative Beurteilung anhand der aus der Literatur bekannten Kenngrößen, wie z.B. der RMSE-Werte<sup>1</sup>, erweist sich aufgrund der unterschiedlichen Größenordnungen der einzelnen Zustandsgrößen nicht als hilfreich. Die Wahl der Gewichtung  $\kappa$  und somit der Beobachterentwurf erfolgte daher anhand der Simulationsergebnisse des Gesamtsystems, bestehend aus dem nichtlinearen Fahrzeug, dem in Kapitel 6 entworfenen Zustandsregler und dem Beobachter. In Abbildung 7.3 ist der verwendete Simulink-Koppelplan dargestellt. Erneut wurden die Simulationen an einer Gerade mit den synthetisch generierten Gleislagestörungen (siehe Abbildung 6.5) durchgeführt und die Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens ermittelt. Es wurde festgestellt, dass die optimale Wahl der Gewichtung  $\kappa$  bei  $\kappa = 10^{-2}$  liegt.

In Abbildungen 7.4-7.6 sind die Verläufe der Zustandsgrößen und die zugehörigen Schätzwerte dargestellt. Der Übersichtlichkeit halber sind nur die Zustandsgrößen des Wagenkastens, eines Drehgestellrahmens, eines

<sup>1</sup>Wurzel der mittleren Fehlerquadratsumme (engl. *Root Mean Square Error*)

## 7. Beobachter

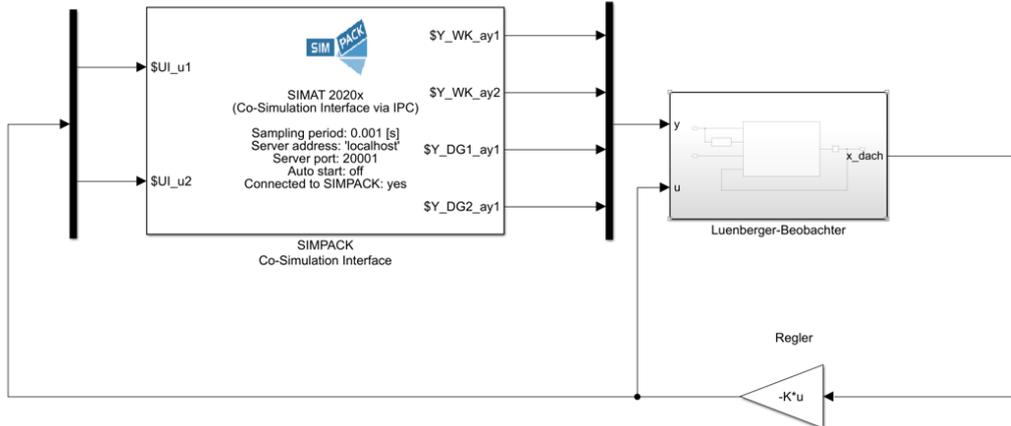


Abbildung 7.3.: Beobachterentwurf - Simulink-Koppelplan

Radsatzes und der Schlingerdämpfer eines Drehgestellrahmens dargestellt. Trotz der Tatsache, dass einige Zustandsgrößen teilweise auch stark unterschätzt werden, ist der in Kapitel 6 entworfene Regler, was die späteren Simulationen auch bestätigen, immer noch in der Lage die Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens gegenüber dem passiven System deutlich zu reduzieren.

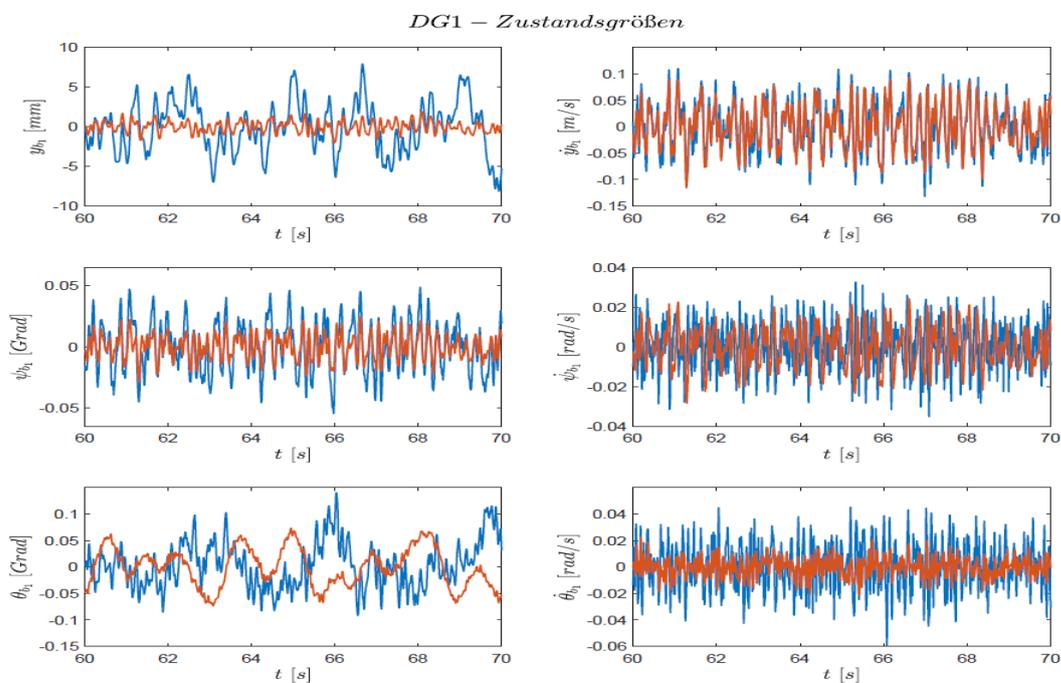


Abbildung 7.5.: Verläufe der Zustandsgrößen des vorderen Drehgestellrahmens (blau - wahrer Verlauf, orange- geschätzter Verlauf)

## 7. Beobachter

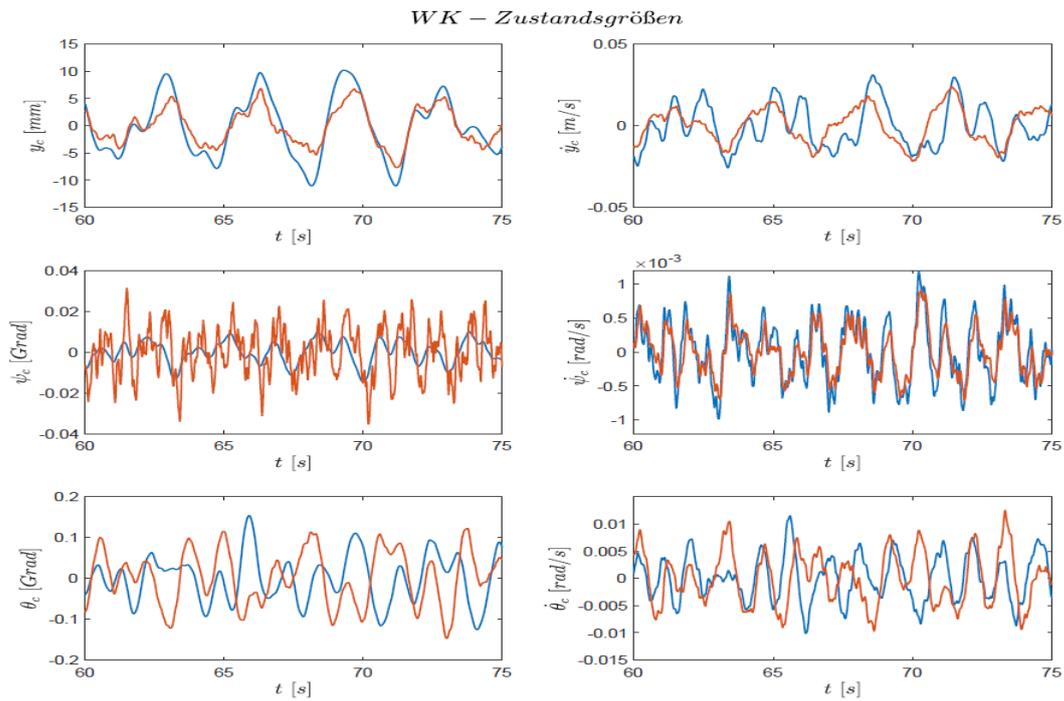


Abbildung 7.4.: Verläufe der Zustandsgrößen des Wagenkastens (blau - wahrer Verlauf, orange- geschätzter Verlauf)

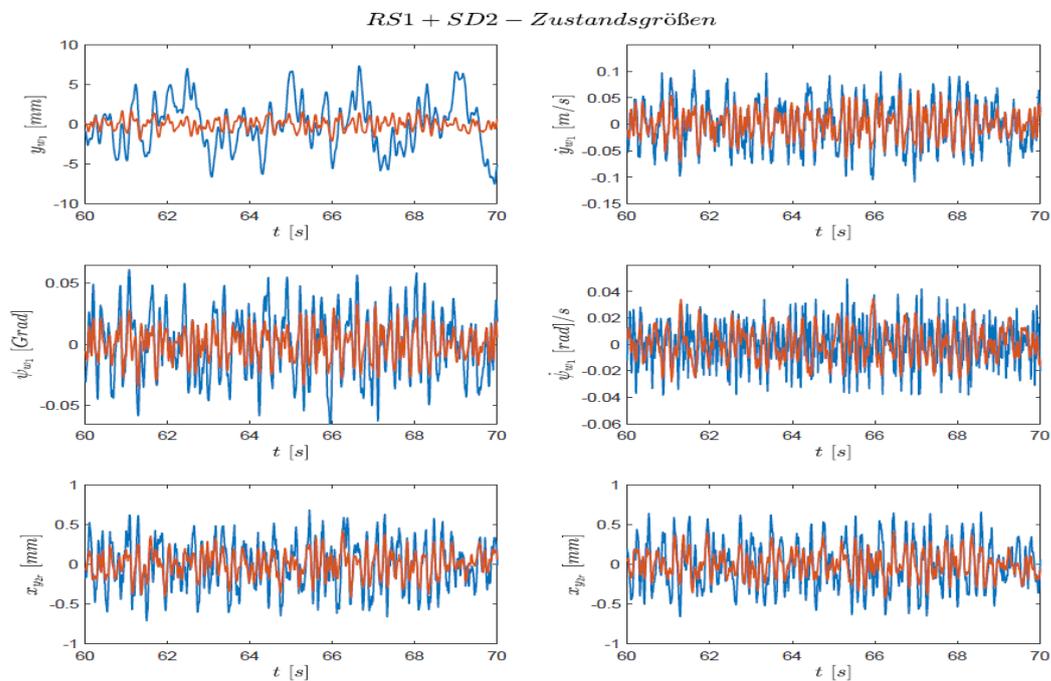


Abbildung 7.6.: Verläufe der Zustandsgrößen des vorderen Radsatzes und der Schlingerdämpfer des hinteren Drehgestellrahmens (blau - wahrer Verlauf, orange- geschätzter Verlauf)

## 7.4. Berücksichtigung der quasi-statischen Beschleunigungen

Im Gleisbogen wird üblicherweise die äußere Schiene gegenüber der inneren höher gelegt (siehe Abbildung 7.7), um bei gleichbleibenden auf die Fahrgäste bei einem Bogenlauf wirkenden Lateralbeschleunigungen schneller fahren zu können. Andererseits führt aber die Gleisüberhöhung im Bogen zu quasi-statischen Lateralbeschleunigungen der einzelnen Radsätze. Diese sog. unausgeglichene Lateralbeschleunigung  $a_q$  setzt sich aus zwei Komponenten, der von dem Bogenradius und der Fahrgeschwindigkeit abhängigen Fliehbeschleunigung und der von der Überhöhung bzw. dem Überhöhungswinkel abhängigen Komponente, zusammen, d.h.

$$a_q = \frac{v^2}{R} - g \sin \delta = \frac{v^2}{R} - g \cdot \frac{\dot{u}}{2b} \quad (7.17)$$

Dabei ist  $R$  der Bogenradius,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $\delta$  der Neigungswinkel [3]. Über die Federungssysteme wird die unausgeglichene Lateralbeschleunigung der einzelnen Radsätze auch auf die Drehgestelle und den Wagenkasten übertragen.

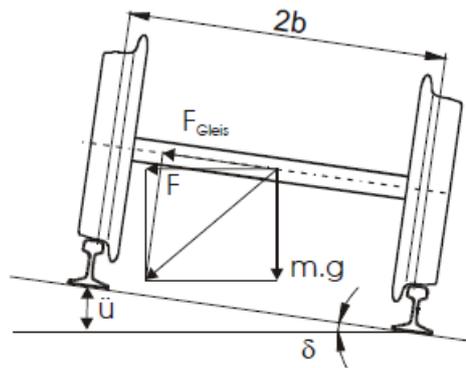


Abbildung 7.7.: Gleisüberhöhung im Bogen [3]

Bei Simulation eines Bogenlaufs wurde festgestellt, dass das analytische Modell und somit auch der entworfene Beobachter nicht in der Lage ist diese quasi-statischen Beschleunigungen, die durch die Trassierung entstehen, nachzubilden. In Abbildung 7.8 ist dies anhand der Lateralbeschleunigung des Wagenkastens veranschaulicht.

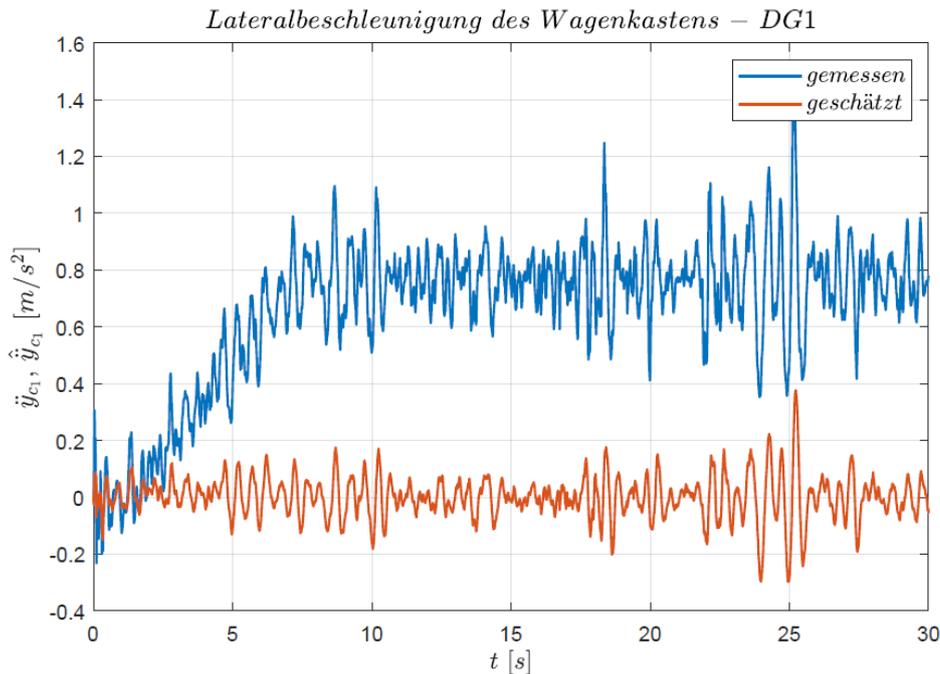


Abbildung 7.8.: Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens beim Bogenlauf ohne Berücksichtigung der quasi-statischen Lateralbeschleunigungen

Damit die entworfene Regelung auch bei einem Bogenlauf genauso gut funktioniert, muss die unausgeglichene Lateralbeschleunigung bei der Zustandsschätzung mitberücksichtigt werden. Das kann auf zwei Wege erfolgen. Entweder berücksichtigt man diese im analytischen Modell mittels Gl. (7.17) oder man filtert die quasi-statische Komponente aus den gemessenen Lateralbeschleunigungen mit einem Tiefpassfilter heraus und zieht diese von dem gemessenen Beschleunigungssignal ab, bevor es an den Beobachter übergeben wird.

In dieser Arbeit wurde für die letztere Herangehensweise entschieden. Dabei wurde ein Tiefpassfilter vierter Ordnung mit der Eckfrequenz  $f_{tp} = 0.4\text{Hz}$  verwendet.

In Abbildung 7.9 sind die gemessene und die, nach der Erweiterung des Beobachtermodells, geschätzte Lateralbeschleunigung des Wagenkastens beim Bogenlauf dargestellt.

## 7. Beobachter

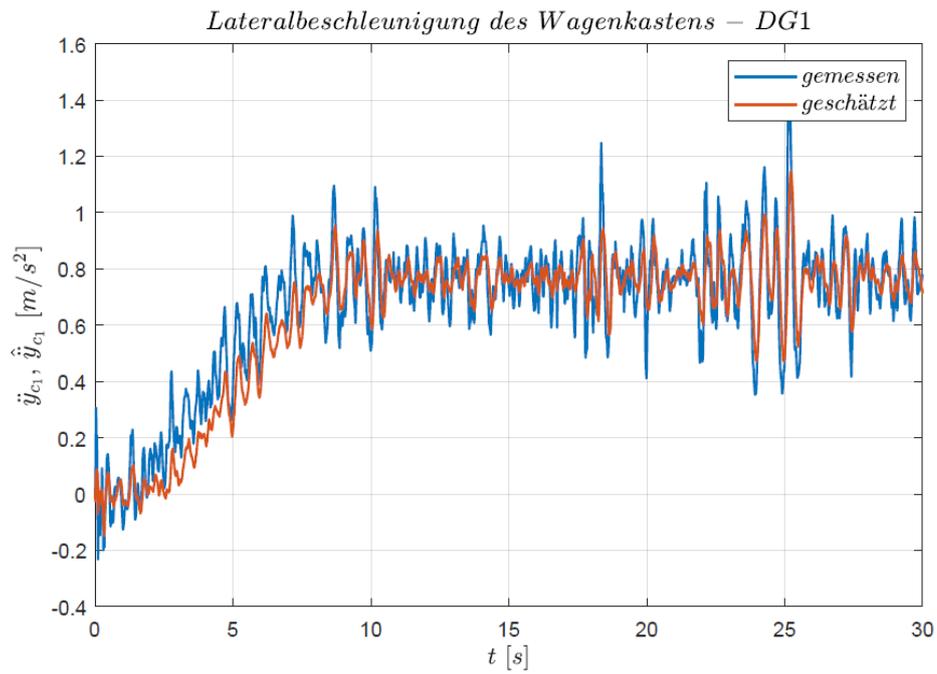


Abbildung 7.9.: Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens beim Bogenlauf mit Berücksichtigung der quasi-statischen Lateralbeschleunigungen

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

Die Durchführung von Streckenversuchen mit Schienenfahrzeugen ist zeitaufwändig und äußerst teuer. Daher muss ein neues Konzept zuerst durch Simulationen untersucht und die Durchführung von Streckenversuchen durch Simulationsergebnisse unterstützt werden. Im vorliegenden Kapitel wird die entworfene Regelung und das Verhalten des aktiven Schienenfahrzeugs anhand von Simulationen an einer realistischen Strecke genauer untersucht. Das Kapitel beginnt zunächst mit der Untersuchung der Aktuatordynamik. Anschließend wird der Regelkreis um das Aktuatormodell erweitert und das aktive Fahrzeugmodell an einer realistischen Strecke, bestehend aus mehreren aufeinanderfolgenden Bögen, und unter verschiedenen Bedingungen simuliert. Die Simulationsergebnisse werden letztendlich mit denen des passiven Fahrzeugs verglichen und diskutiert.

### 8.1. Aktuatordynamik

Wie bereits in Abschnitt 5.5 erwähnt, wird im Rahmen dieser Arbeit der Aktuator durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung approximiert. Wie in Gl. (5.12)-(5.13) zu sehen, wird das Verhalten eines sog.  $PT_1$ -Glieds durch die Wahl der Eckfrequenz bestimmt. Die Eckfrequenz soll dabei so hoch gewählt werden, dass der Aktuator die geforderte Stellgröße rechtzeitig generieren kann. Gleichzeitig ist es aber zu beachten, dass die gewählte Frequenz nicht zu hoch ist und die Anforderungen an den Aktuator somit nicht mehr der Realität entsprechen.

Um die Aktuatordynamik zu untersuchen, wurde der Regelkreis um das Aktuatormodell erweitert und das aktive Fahrzeug für verschiedene Werte der Eckfrequenz simuliert. Die Simulationen wurden erneut an einer Gerade mit den synthetisch generierten Gleislagestörungen durchgeführt und die Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens ermittelt. In Abbildung 8.1 sind die ermittelten Effektivwerte dargestellt. In Tabelle 8.1 sind die 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte auch zahlenmäßig zum Vergleich zusammengefasst.

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

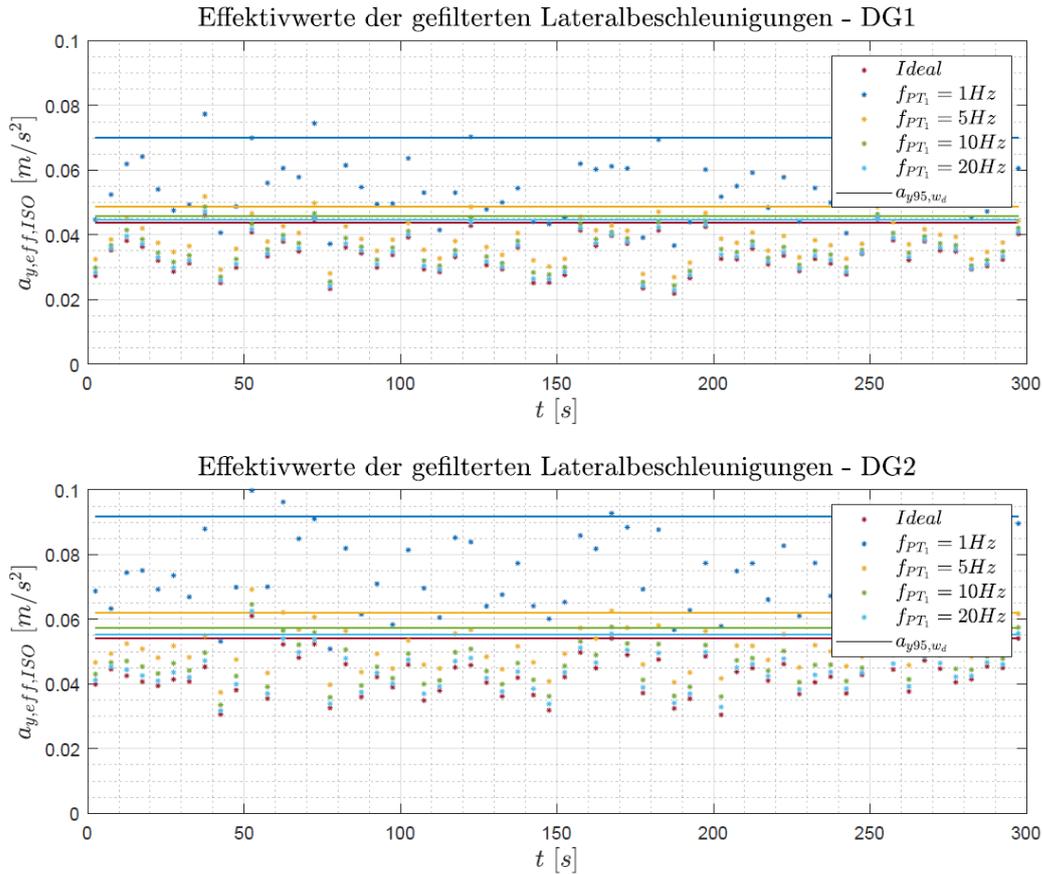


Abbildung 8.1.: Aktuatordynamik - Effektivwerte der Lateralbeschleunigungen für verschiedene Werte der Eckfrequenz  $f_{PT_1}$

Eckfrequenz	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Ideal ( $f_{PT_1} = \infty$ )	0.0437	0.0540	—	—
$f_{PT_1} = 1Hz$	0.0701	0.0919	60.5	70.1
$f_{PT_1} = 5Hz$	0.0486	0.0619	11.3	14.6
$f_{PT_1} = 10Hz$	0.0458	0.0572	4.9	5.9
$f_{PT_1} = 20Hz$	0.0446	0.0553	2.1	2.3

Tabelle 8.1.: Aktuatordynamik - Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte für verschiedene Eckfrequenzen  $f_{PT_1}$  des Aktuators und prozentuale Abweichung von dem idealen Aktuator

Es ist zu erkennen, dass die Simulationsergebnisse bei einer Eckfrequenz  $f_{PT_1} \geq 10Hz$  relativ nahe an dem Idealfall liegen. Letztendlich wurde entschieden, das Aktuatorverhalten durch ein  $PT_1$ -Glied mit der Eckfrequenz  $f_{PT_1} = 10Hz$  zu approximieren. Die gewählte Eckfrequenz entspricht ungefähr der Frequenz eines hydraulischen Aktuators. In Abbildung 8.2 ist

das Bode-Diagramm eines  $PT_1$ -Glieds mit der Eckfrequenz  $f_{PT_1} = 10\text{Hz}$  dargestellt. Wie man erkennen kann, handelt es sich bei einem  $PT_1$ -Glied um ein System mit Tiefpassverhalten.

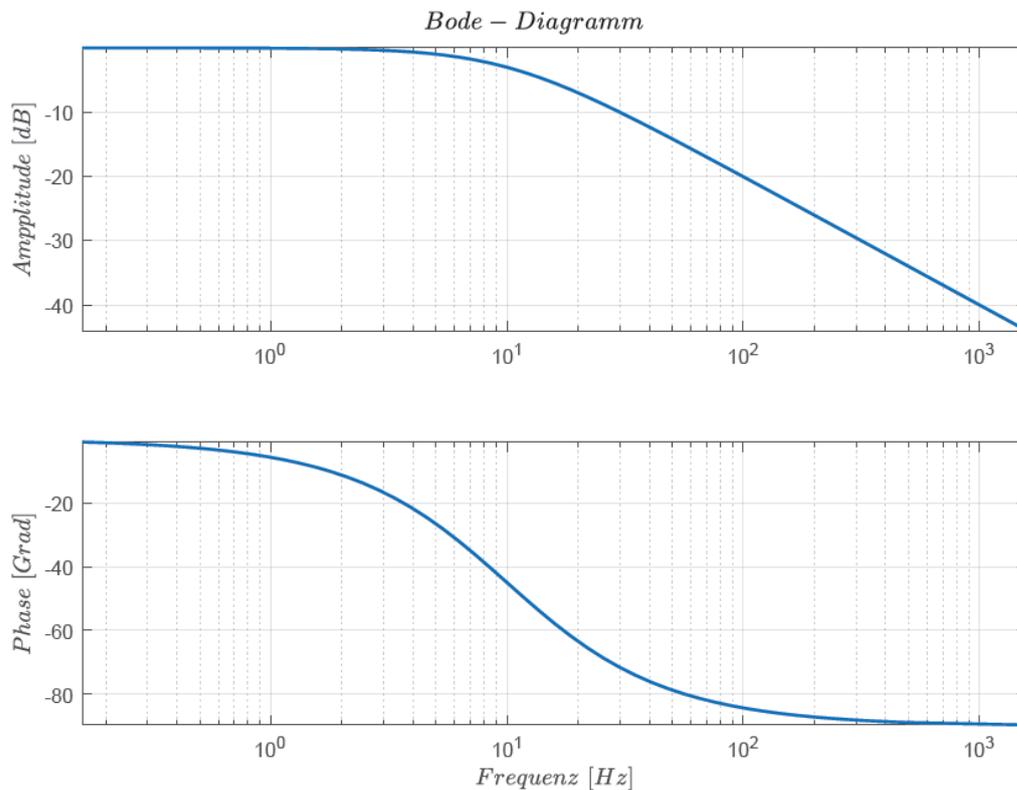


Abbildung 8.2.: Bode-Diagramm eines  $PT_1$ -Glieds mit der Eckfrequenz  $f_{PT_1} = 10\text{Hz}$

## 8.2. Simulationsergebnisse

Nach der Erweiterung des Regelkreises um das Aktuatoremodell, wurde die entworfene Regelung und das Verhalten des aktiven Fahrzeugs an einer realistischen Strecke untersucht. Die Strecke ist grundsätzlich so aufgebaut, dass sie aus drei aufeinanderfolgenden Bögen mit drei verschiedenen Bogenradien wie folgt

- Bogen rechts mit  $R = 4700\text{m}$
- Bogen links mit  $R = 4000\text{m}$
- Bogen rechts mit  $R = 3500\text{m}$

besteht. Die Überhöhung in jedem Bogen beträgt  $150\text{mm}$ . Das entspricht einer Neigung von etwa  $6^\circ$ . Bei einer Fahrgeschwindigkeit von  $v = 300\text{km/h}$

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

führt das beim Durchfahren der einzelnen Bögen zu folgenden unausgeglichene Lateralbeschleunigungen in Gleisebene<sup>1</sup>:

- $a_q = 0.5 \text{ m/s}^2$
- $a_q = 0.75 \text{ m/s}^2$
- $a_q = 1 \text{ m/s}^2$

Vor und nach jedem Bogen ist jeweils ein  $300\text{m}$  langer Übergangsbogen vorhanden. In der  $xy$ -Ebene hat der Übergangsbogen die Form einer Klothoide. Um eine normkonforme Fahrkomfortbeurteilung zu gewährleisten, wurde die beschriebene Strecke um ihre gespiegelte Variante erweitert. In Abbildung 8.3 ist die endgültige Strecke bzw. deren Krümmungsfunktion und der Überhöhungsverlauf dargestellt. Als Gleislagestörungen wurden erneut die synthetisch generierten Gleislagestörungen verwendet.

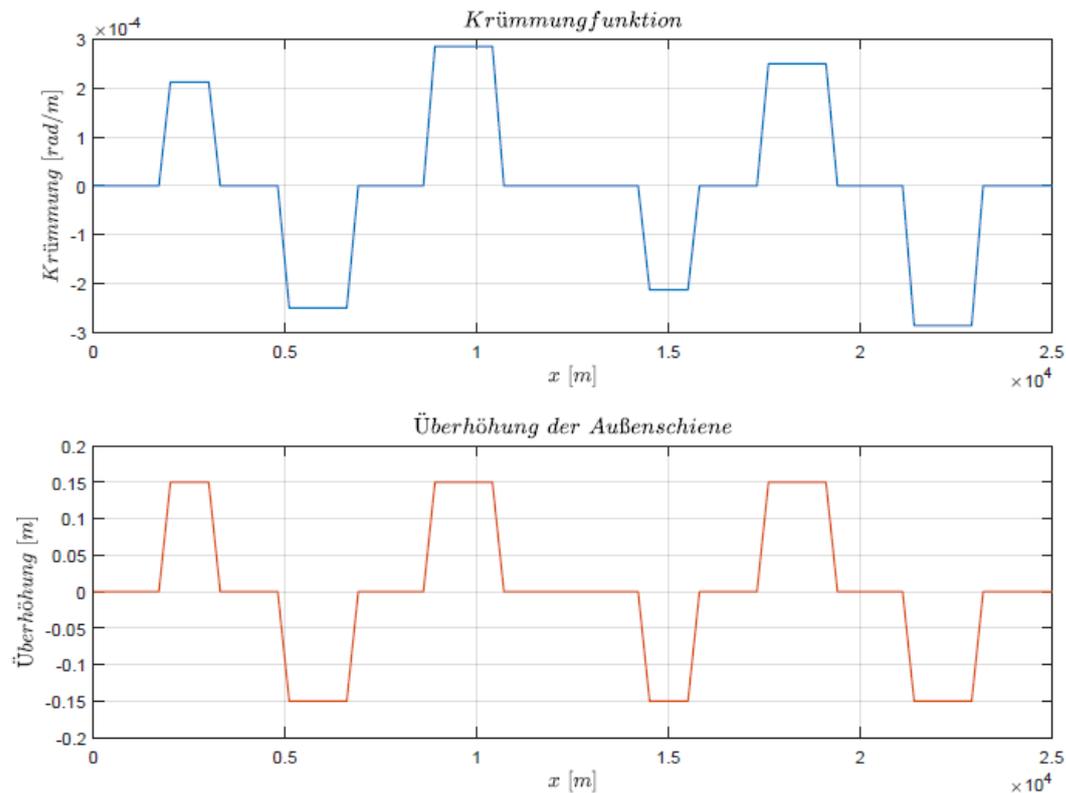


Abbildung 8.3.: Simulationstrecke - Überhöhung der Außenschiene und Krümmung

<sup>1</sup>Die zulässige unausgeglichene Lateralbeschleunigung ist grundsätzlich durch verschiedene Aspekte begrenzt. Bei der Fahrkomfortbeurteilung mittels des in EN 12299 vorgeschriebenen mittleren Komfortwerts  $N_{mv}$  wird vorausgesetzt, dass die unausgeglichene Lateralbeschleunigung  $a_q$  im Bogen  $1\text{m/s}^2$  nicht übersteigt.

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

In Abbildung 8.4 ist der verwendete Simulink-Koppelplan dargestellt. Die Simulationen wurden an einem leeren Fahrzeug mit der Fahrgeschwindigkeit  $v = 300\text{km/h}$  durchgeführt. Das aktive System bzw. die beiden Aktuatoren wurden zunächst anstelle der Lateraldämpfer in der Sekundärstufe eingebaut. Anschließend wurden die beiden Aktuatoren parallel zu den ursprünglichen Lateraldämpfer eingebaut und die Simulationen noch einmal durchgeführt. Erneut wurden die Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens und deren 95%-Wert ermittelt und für den Vergleich mit dem passiven Fahrzeug herangezogen. In Abbildungen (8.5)-(8.10) sind die ermittelten Effektivwerte, die Aktuatorkräfte und die Lateralverschiebung der beiden Aktuatoren dargestellt. Die gleichen Simulationen wurden auch an einem mit  $10000\text{kg}$  Auflast beladenen Fahrzeug durchgeführt. Da die Simulationsergebnisse mit denen des leeren Fahrzeugs praktisch identisch sind, wurden diese der Übersichtlichkeit halber hier nicht dargestellt.

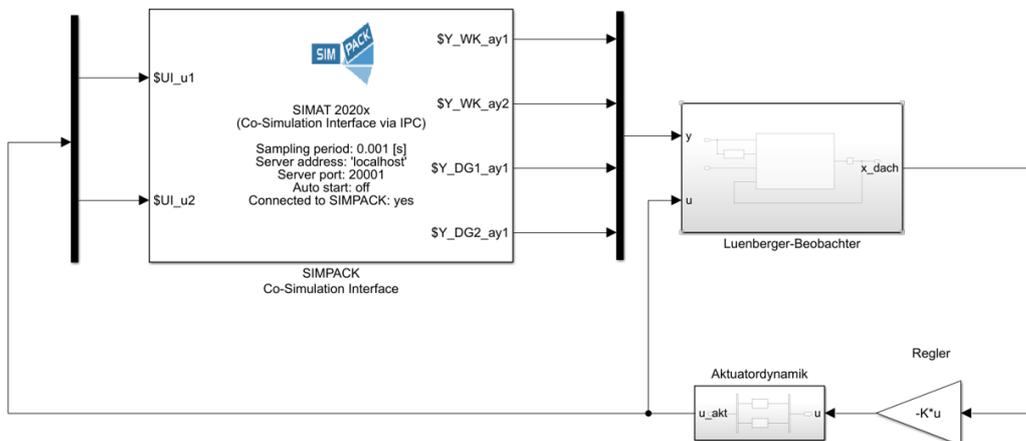


Abbildung 8.4.: Simulink-Koppelplan des Gesamtsystems

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

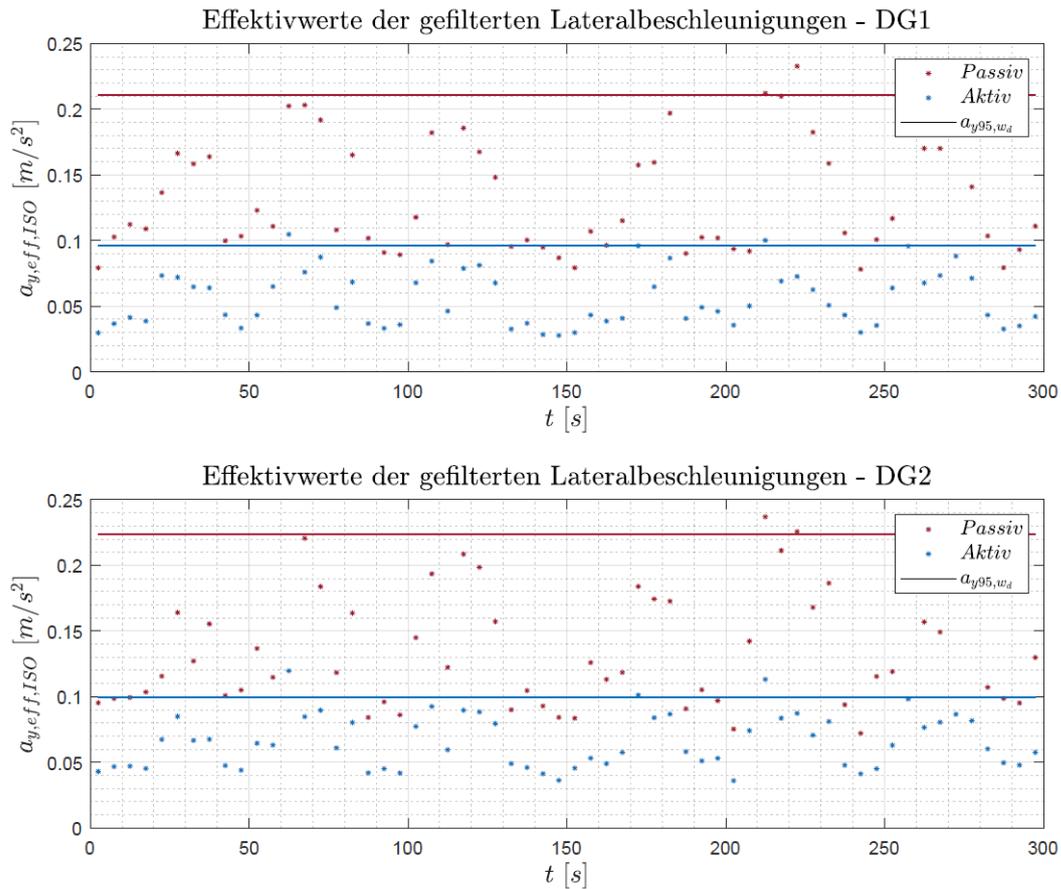


Abbildung 8.5.: Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} [\frac{m}{s^2}]$	$a_{y95,wd,DG2} [\frac{m}{s^2}]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.2110	0.2240	—	—
Aktiv	0.0959	0.0996	-54.6	-55.5

Tabelle 8.2.: Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

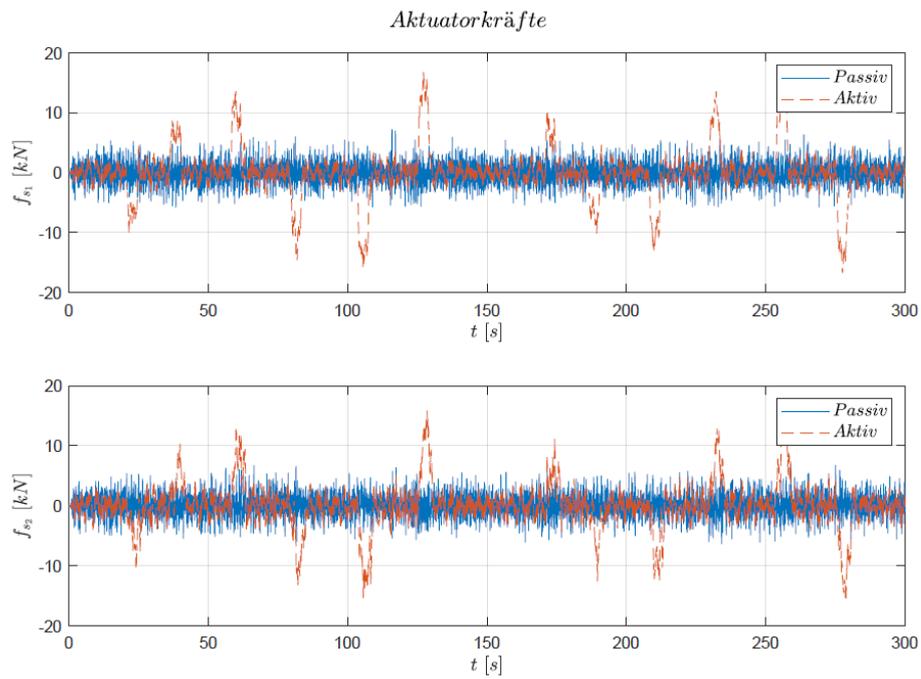


Abbildung 8.6.: Aktuatorkräfte

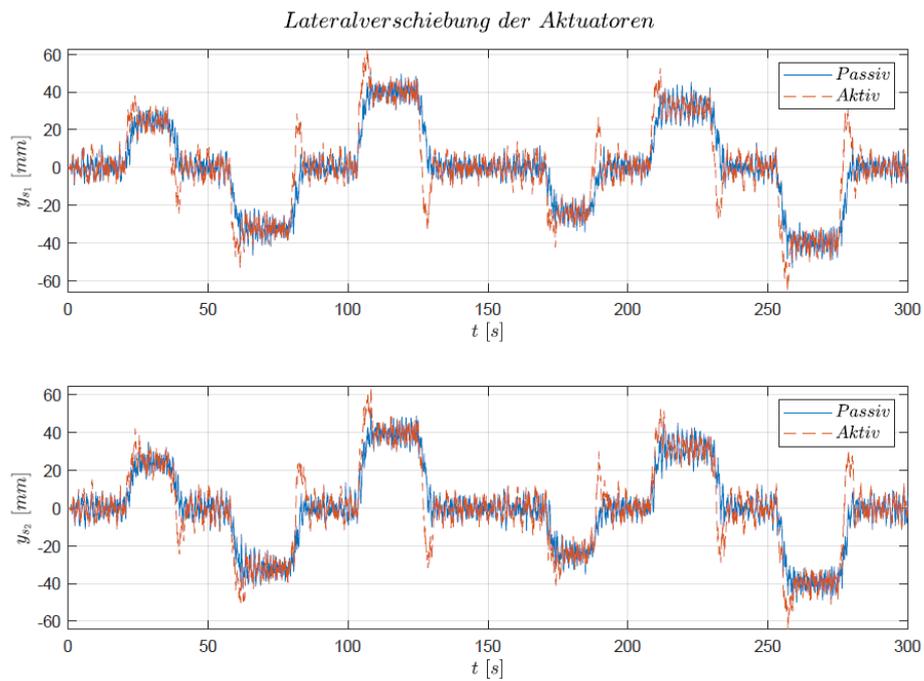


Abbildung 8.7.: Lateralverschiebung des Aktuators

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

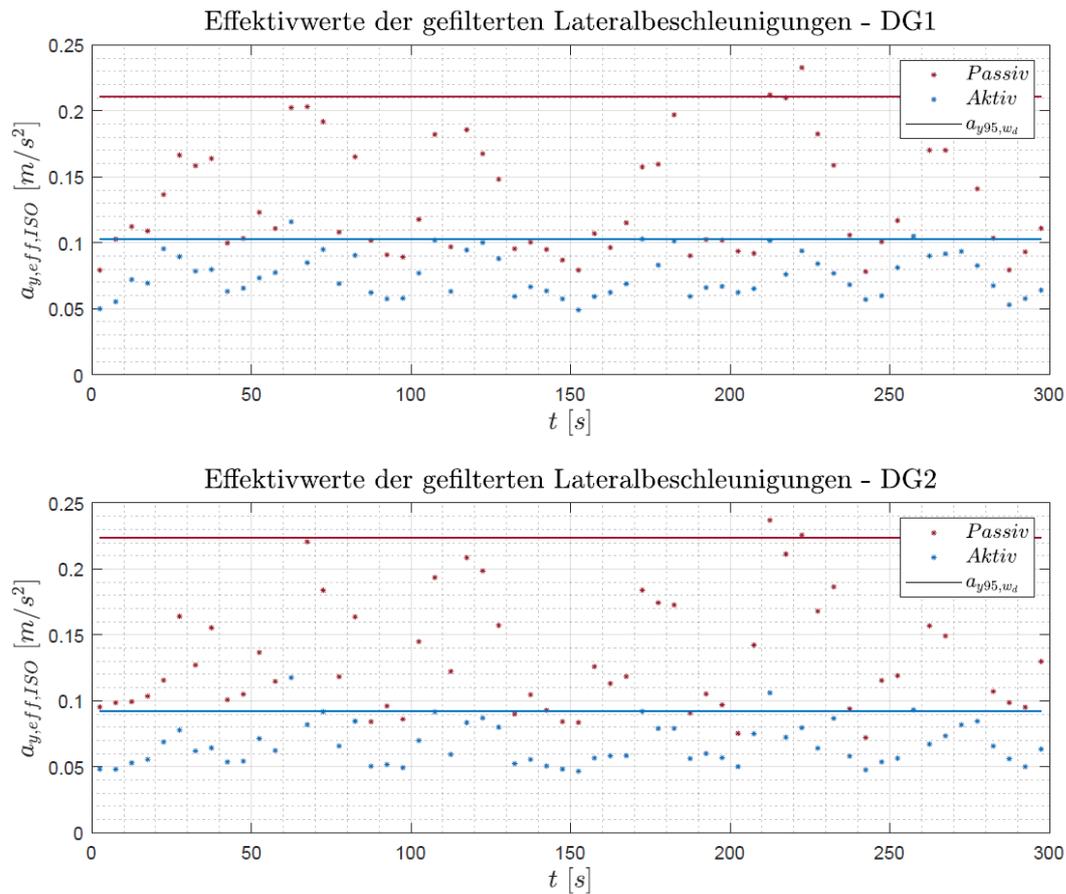


Abbildung 8.8.: Effektivwerte der gefilterten Lateralbeschleunigungen (mit Lateraldämpfer)

Fahrzeugmodell	$a_{y95,wd,DG1} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$a_{y95,wd,DG2} \left[ \frac{m}{s^2} \right]$	$\Delta a_{y95,wd,DG1} [\%]$	$\Delta a_{y95,wd,DG2} [\%]$
Passiv	0.2110	0.2240	—	—
Aktiv	0.1025	0.0926	-51.4	-58.7

Tabelle 8.3.: Vergleich der 95%-Werte der ermittelten Effektivwerte und prozentuale Verbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug (mit Lateraldämpfer)

## 8. Untersuchung der Simulationsergebnisse

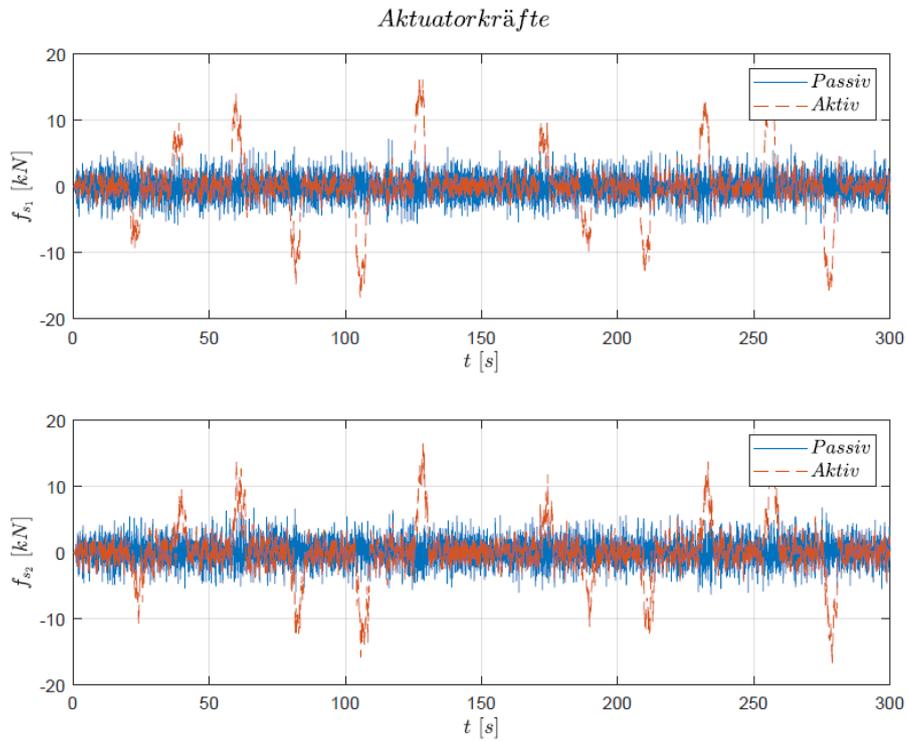


Abbildung 8.9.: Aktuatorkräfte (mit Lateraldämpfer)

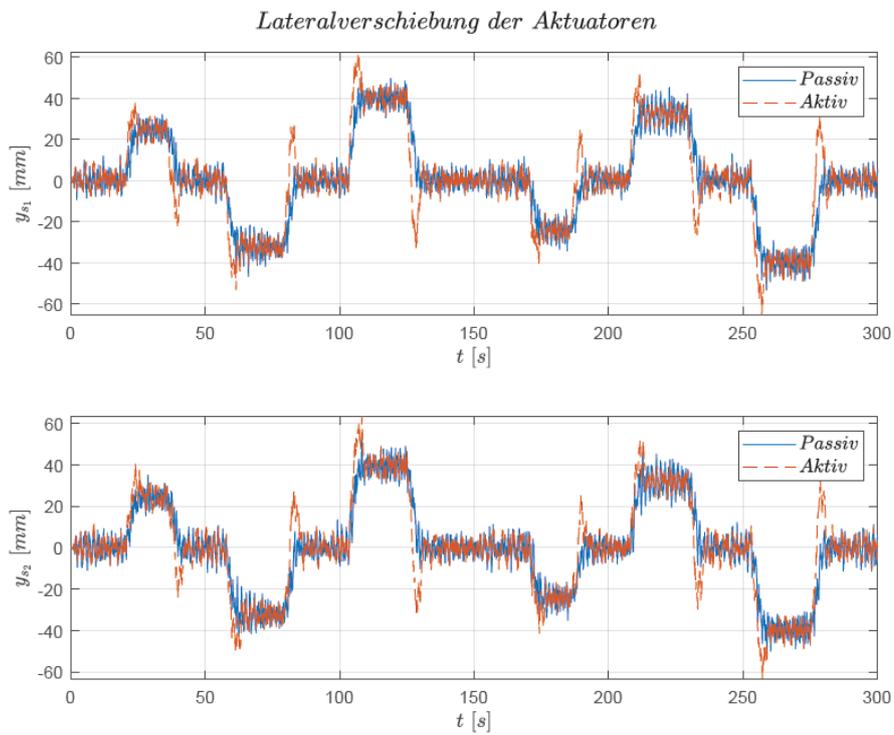


Abbildung 8.10.: Lateralschiebung des Aktuators (mit Lateraldämpfer)

Aus den Simulationsergebnissen ist ersichtlich, dass die entworfene Regelung bzw. das aktive System auch an einer realistischen Strecke, bestehend aus mehreren aufeinanderfolgenden Bögen, zu einer signifikanten Reduktion der Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens (etwa 55% über den beiden Drehgestelle) und somit zu einer signifikanten Fahrkomfortverbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug führt. Dabei sind die Aktuatorkräfte, bis auf die einzelnen Spitzenwerte bei Übergangsbögen, im Vergleich zu den Lateraldämpferkräften des passiven Systems etwas niedriger. Die Spitzenwerte der Aktuatorkräfte, die bei Übergangsbögen auftreten, ergeben sich grundsätzlich aufgrund der Tatsache, dass beim Regler- bzw. Beobachterentwurf nur Simulationen im geraden Gleis durchgeführt und somit eventuelle Spitzenwerte der Aktuatorkräfte beim Übergangsbogen nicht mitberücksichtigt wurden. Diese Spitzenwerte der Aktuatorkräfte, wie auch in Abbildung 8.6 zu sehen, übersteigen zwar die übliche Größenordnung der Lateralkräfte in der Sekundärstufe (bis zu  $20kN$ ) nicht, sollen allerdings berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit diese zu vermeiden ist, beim Regler- bzw. Beobachterentwurf auch die Simulation eines Bogenlaufs zu berücksichtigen oder den Regelkreis um eine Stellgrößenbegrenzung zu erweitern. Die Lateralverschiebung der Aktuatoren liegt in einer ungefähr gleichen Größenordnung wie die Lateralverschiebung der Lateraldämpfer des passiven Systems.

Durch die Beibehaltung des Lateraldämpfers und die Implementierung des aktiven Systems parallel zu dem Lateraldämpfer werden die Simulationsergebnisse, wie in Abbildungen (8.8)-(8.10) zu sehen, nur unwesentlich beeinflusst. Das bedeutet, dass auch eine ausfallsichere (engl. *fail-safe*) Implementierung des aktiven Systems ohne eine wesentliche Verschlechterung der Performanz möglich ist. Das mögliche Problem bei einer solchen Implementierung könnte jedoch der benötigte Raumbedarf darstellen. Dies ist wiederum eine Konstruktionsfrage und wurde bei den Simulationen im Rahmen dieser Arbeit nicht mitberücksichtigt.

## 9. Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschäftigte sich mit der Implementierung und der Regelung eines aktiven Federungssystems in der Sekundärstufe eines Schienenfahrzeugfahrwerks. Das Ziel dabei war eine Fahrkomfortverbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug. Das aktive System wurde in lateraler Richtung implementiert und der Aktuator anstelle des ursprünglichen Lateraldämpfers eingebaut. Die Regelung wurde so entworfen, dass die Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens möglichst reduziert werden. Es wurde gezeigt, dass mit einer relativ einfachen Regelungsmethode und relativ niedrigen Anforderungen an den Aktuator eine deutliche Fahrkomfortverbesserung gegenüber dem passiven Fahrzeug erreicht werden kann.

Das im Rahmen dieser Arbeit behandelte Fahrzeug wurde in Mehrkörpersimulations-Programm Simpack modelliert. Das Fahrzeugmodell ist nicht-linear, passiv und hat 96 Freiheitsgrade. Um eine Regelung entwerfen zu können, war ein einfacheres Modell notwendig. Dementsprechend wurde zunächst ein vereinfachtes Fahrzeugmodell analytisch hergeleitet. Das vereinfachte Fahrzeugmodell ist linear und weist 17 Freiheitsgrade auf. Auf der Basis dieses vereinfachten Modells wurde ein Zustandsregler entworfen. Der Entwurf erfolgte durch die Lösung einer Optimierungsaufgabe. Dabei wurden zwei verschiedene Ansätze getestet. Die Simulationen an einer Gerade mit synthetischen Gleislagestörungen zeigten, dass mit der entworfenen Regelung die Lateralbeschleunigungen des Wagenkastens bis zu etwa 55% (bei einer Fahrgeschwindigkeit von  $v = 300\text{km/h}$ ) gegenüber dem passiven Fahrzeug reduziert werden können. Da nicht alle Zustandsgrößen messtechnisch zur Verfügung stehen, wurde die entworfenen Regelung um einen Luenberger-Beobachter erweitert. Der Beobachterentwurf erfolgte erneut durch die Lösung einer Optimierungsaufgabe, die Wahl der Beobachterparameter wurde in einer Vielzahl von Simulationsstudien und in Hinblick auf den erreichten Fahrkomfort durchgeführt. Das aktive Fahrzeug wurde letztendlich auch an einer realistischen Strecke, bestehend aus mehreren aufeinanderfolgenden Bögen mit synthetischen Gleislagestörungen, simuliert und mit dem passiven Fahrzeug verglichen.

Die Simulationen zeigten, dass die entworfenen Regelung bzw. das aktive System beim Bogenlauf genauso gut wie an einer Gerade funktioniert. Die Lateralbeschleunigungen am Wagenkastenboden wurden im Vergleich zum passiven System um etwa 55% (bei einer Fahrgeschwindigkeit von  $v = 300\text{km/h}$ ) reduziert. Die Simulationen wurden dabei sowohl an einem

leeren als auch an einem beladenen Fahrzeug durchgeführt.

Neben hohen Implementierungs- und Wartungskosten sind die Zuverlässigkeit und die Ausfallsicherheit einige der Gründen warum sich die aktiven Systeme in der Praxis noch nicht etabliert haben. Daher wurden letztendlich auch Simulationen durchgeführt, bei denen die ursprünglichen Lateral dampfer behalten und die Aktuatoren parallel zu diesen Dämpfern eingebaut wurden. Die Simulationen zeigten, dass durch die Beibehaltung der Lateral dampfer die Performanz der entworfenen Regelung praktisch nicht beeinflusst wird. Gleichzeitig wurde dadurch eine sog. *fail-safe*-Implementierung des aktiven Systems gewährleistet.

Die Arbeit befasste sich grundsätzlich mit dem Prinzip der Implementierung und der Regelung eines aktiven Systems in einem Schienenfahrzeug und wurde mit keinen aktiven Projekt verbunden. Die Arbeit stellt somit nur eine Art der Vorstudie, die auch bei zukünftigen Fahrzeugprojekten als Grundlage verwendet werden kann, dar. Das beschriebene Prinzip kann im Grunde auch auf die Regelung eines semi-aktiven Federungssystems übertragen werden.

In zukünftigen Arbeiten ist eine genauere Modellierung der Aktuatordynamik und der Aktuatoranbindungen denkbar. Beim Reglerentwurf, basierend auf Lösung einer Optimierungsaufgabe, ist eine Erweiterung des Kostenfunktional um weitere Optimierungsziele wie z.B. Stellgrößenbegrenzung, Federwege oder Berücksichtigung anderer dynamischen Eigenschaften ebenfalls möglich. Eine Erweiterung des Gesamtsystems um eine Nachführung im regelungstechnischen Sinne ist ebenso leicht möglich. Da eine Zustandsregelung großteils von geschätzten Zustandsgrößen bzw. von dem Beobachter abhängig ist, ist auch der Einsatz einer anderen Art des Beobachters, wie z.B. eines Kalman-Filters, zu bedenken.

Diese Arbeit zeigte, dass aktive Federungssysteme eine beachtliche alternative Lösung zu passiven Federungssystemen darstellen können. Unterstützt durch immer größeren Einsatz der Elektronik, steigende Rechenleistung und leistbare Sensorik und bei immer anspruchsvolleren Anforderungen an Schienenfahrzeuge, scheinen die aktiven Federungssysteme in der Zukunft eine „*unvermeidliche Konsequenz*“ zu sein.

# Literatur

- [1] B. Fu; R.L.Giossi; R. Persson; S. Stichel; S. Bruni; R. Goodall. »Active suspension in railway vehicles: a literature survey«. In: *Rail. Eng. Science* 28(1) (2020), S. 3–35.
- [2] R. Goodall. »Active Railway Suspensions: Implementation Status and Technological Trends«. In: *Vehicle System Dynamics* 28 (1997), S. 87–117.
- [3] A. Haigermoser. *Schienefahrzeuge, Vorlesungsskriptum*. Graz: TU Graz, 2002.
- [4] N. Dourdoumas; M. Horn. *Regelungstechnik: Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreis*. München: Pearson Studium, 2004. ISBN: 3-8273-7059-0.
- [5] S.Stichel K. Knothe. *Schienefahrzeugdynamik*. Berlin: Springer, 2003. ISBN: 3-540-43429-1.
- [6] P. Wang; TX Mei; J. Zhang; H. Li. »Self-Powered Active Lateral Secondary Suspension for Railway Vehicles«. In: *IEEE Transactions on vehicular technology* 65 (2016), S. 1121–1129.
- [7] DIN Deutsches Institut für Normung. *Bahnanwendung - Versuche und Simulationen für die Zulassung der fahrtechnischen Eigenschaften von Eisenbahnfahrzeugen - Fahrverhalten und stationäre Versuche; Deutsche Fassung EN 14363 : 2016 + A1 : 2018*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2019.
- [8] DIN Deutsches Institut für Normung. *Fahrkomfort für Fahrgäste - Messung und Auswertung, Deutsche Fassung ENV 12299: 1999*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 1999.
- [9] DIN Deutsches Institut für Normung. *Kennzeichnungssystematik für Schienefahrzeuge- Teil 1: Grundlagen*. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2003.
- [10] A. Orvnäs. »Active Lateral Secondary Suspension in a High-Speed Train to Improve Ride Comfort«. KTH Engineering Sciences, 2009. ISBN: 978-91-7415-300-2.
- [11] A. Orvnäs. *Active Secondary Suspension in Trains: A Literature Survey of Concepts and Previous Work*. Techn. Ber. KTH Engineering Sciences, 2008.
- [12] A. Orvnäs. »On Active Secondary Suspension in Rail Vehicles to Improve Ride Comfort«. Diss. KTH Engineering Sciences, 2011. ISBN: 978-91-7501-155-4.

- [13] A. Qazizadeh. »On Active Suspension in Rail Vehicles«. Diss. KTH Engineering Sciences, 2017. ISBN: 978-91-7729-408-5.
- [14] *Regelungstechnik, Vorlesungsskriptum*. Graz: Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, TU Graz, 2016.
- [15] *Systemtechnik, Vorlesungsskriptum*. Graz: Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, TU Graz, 2016.
- [16] Q. Zhu; J-J.Ding; M-L. Yang. »LQG control based lateral active secondary and primary suspensions of high-speed train for ride quality and hunting stability«. In: *IET Control Theory Applications* 12 (2018), S. 1497–1504.

# Anhang

# Anhang A.

## Wagenkasteneigenformen

Die wichtigsten Eigenformen eines als starrer Körper modellierten Wagenkastens sind in den folgenden Abbildungen dargestellt und lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Längsbewegung oder Zuckeln  $x_c$
- Quer- oder Lateralbewegung  $y_c$
- Tauch- oder Vertikalbewegung  $z_c$
- Rollen  $\theta_c$  (Rotation um die x-Achse)
- Nicken  $\varphi_c$  (Rotation um die y-Achse)
- Gieren oder Schlingern  $\psi_c$  (Rotation um die z-Achse)
- Wanken (Rollen mit gleichzeitiger Querbewegung; abhängig von der Phasenlage unterscheidet man zwischen Tiefpol- und Hochpolwanken).

Die Eigenformen des Drehgestellrahmens sind gleich definiert, hängen jedoch mit der Radsatzbewegung zusammen. Im Gegensatz zu den praktisch unveränderten Eigenfrequenzen des Wagenkastens, sind die Eigenwerte und somit auch die Eigenfrequenzen des Drehgestellrahmens bzw. des Radsatzes stark von der Fahrgeschwindigkeit abhängig.

# Anhang A. Wagenkasteneigenformen

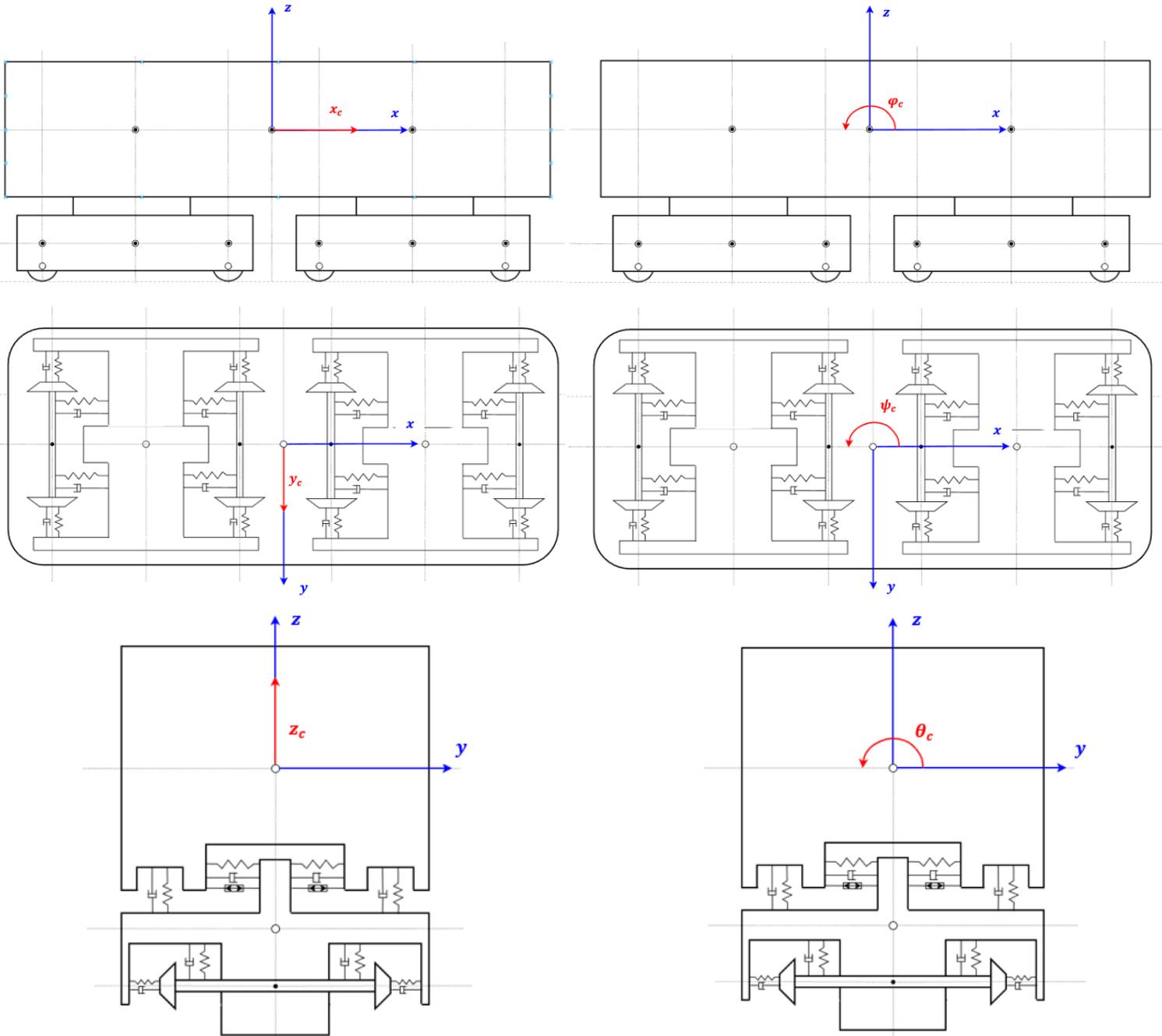


Abbildung A.1.: Wagenkasteneigenformen

## Anhang B.

# Herleitung des analytischen Modells

Im Folgenden wird für ein lineares Schienenfahrzeugmodell mit 17 Freiheitsgraden ein mathematisches Modell aufgestellt. Das Fahrzeugmodell besteht aus einem Wagenkasten, zwei Drehgestellrahmen und vier Radsätzen. Es wird angenommen, dass alle Körper starr sind und das Fahrzeug sich mit einer konstanten Geschwindigkeit in einem geraden Gleis bewegt. Die einzelnen Radsätze sind über Feder und Dämpfer der sog. Primärstufe mit dem zugehörigen Drehgestellrahmen gekoppelt. Die Koppelung ist dabei in allen drei Richtungen als eine Feder-Dämpfer-Parallelschaltung realisiert. Die einzelnen Drehgestellrahmen sind über Feder und Dämpfer der sog. Sekundärstufe mit dem Wagenkasten gekoppelt. Die Koppelung in vertikaler und lateraler Richtung ist dabei als eine Feder-Dämpfer-Parallelschaltung realisiert, während die Koppelung in longitudinaler Richtung über eine Feder-Dämpfer-Serienschaltung erfolgt, um somit die Schlingerdämpfer und ihren Einfluss auf die Fahrzeugdynamik besser approximieren zu können. Alle Feder- und Dämpferelemente sind dabei linear. Das Fahrzeugmodell ist in Abbildungen *B.1-B.3* zu sehen. Die Herleitung der Bewegungsgleichungen erfolgt mithilfe der Impuls- und Drallsätze und kann grundsätzlich in vier Schritten wie folgt unterteilt werden:

1. Festlegen der Freiheitsgrade, in denen die Bewegungsgleichungen formuliert werden sollen
2. Ermittlung der Kräfte in den einzelnen Koppellementen
3. Freischneiden der einzelnen Massen und Anwendung der Impuls- und Drallsätze
4. Ermittlung der endgültigen Bewegungsgleichungen

## Anhang B. Herleitung des analytischen Modells

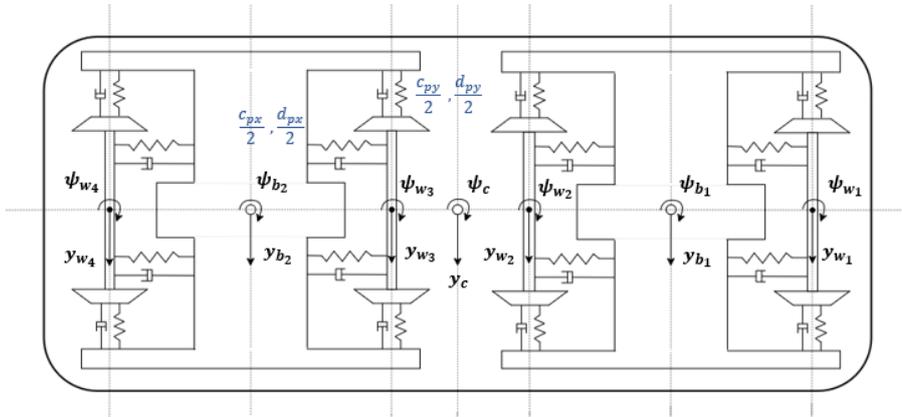


Abbildung B.1.: Analytisches Fahrzeugmodell - Obenansicht (xy-Ebene)

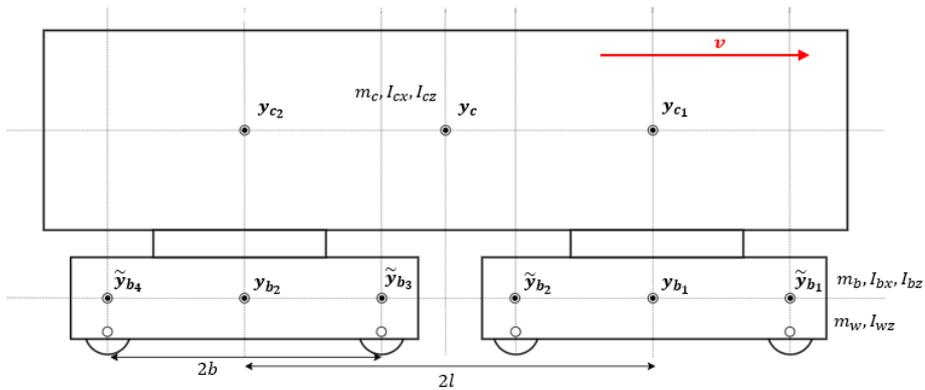


Abbildung B.2.: Analytisches Fahrzeugmodell - Seitenansicht (xz-Ebene)

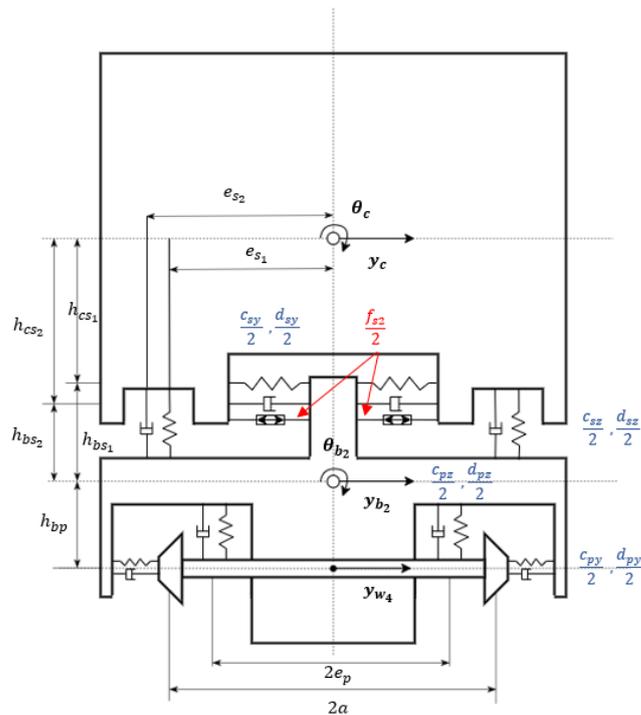


Abbildung B.3.: Analytisches Fahrzeugmodell - Hintenansicht (yz-Ebene)

## B.1. Festlegen der Freiheitsgrade

Im vorliegende Fahrzeugmodell soll grundsätzlich die Lateraldynamik (Lateral- und Gierbewegungen) und ein Teil der Vertikaldynamik (Rollbewegungen) eines Schienenfahrzeugs abgebildet werden. Zu diesem Zweck werden folgende Freiheitsgrade benötigt:

### Wagenkasten

$y_c$  Lateralverschiebung des Wagenkastens

$\psi_c$  Gieren des Wagenkastens

$\theta_c$  Rollen des Wagenkastens

### Vorderer Drehgestellrahmen (DG1)

$y_{b_1}$  Lateralverschiebung Drehgestellrahmens

$\psi_{b_1}$  Gieren des Drehgestellrahmens

$\theta_{b_1}$  Rollen des Drehgestellrahmens

### Hinterer Drehgestellrahmen (DG2)

$y_{b_2}$  Lateralverschiebung des Drehgestellrahmens

$\psi_{b_2}$  Gieren des Drehgestellrahmens

$\theta_{b_2}$  Rollen des Drehgestellrahmens

### Vorlaufender Radsatz DG1

$y_{w_1}$  Lateralverschiebung des Radsatzes

$\psi_{w_1}$  Gieren des Radsatzes

### Nachlaufender Radsatz DG1

$y_{w_2}$  Lateralverschiebung des Radsatzes

$\psi_{w_2}$  Gieren des Radsatzes

### Vorlaufender Radsatz DG2

$y_{w_3}$  Lateralverschiebung des Radsatzes

$\psi_{w_3}$  Gieren des Radsatzes

### Nachlaufender Radsatz DG2

$y_{w_4}$  Lateralverschiebung des Radsatzes

$\psi_{w_4}$  Gieren des Radsatzes

## B.2. Ermittlung der Kräfte in den einzelnen Koppellementen

Um Feder- und Dämpferkräfte ermitteln zu können, müssen zunächst die Längenänderungen in den Federn bzw. die Geschwindigkeitsänderungen in den Dämpfern, die bei in B.1 festgelegten Verschiebungen bzw. Verdrehungen auftreten, bestimmt werden. Aufgrund der Linearität können die Längen- und die Geschwindigkeitsänderungen zuerst für die einzelnen Verschiebungen bzw. Verdrehungen ermittelt und anschließend überlagert

werden. Die Längenänderungen in den Federn werden im weiteren Verlauf mit  $v$  und die Geschwindigkeitsänderungen in den Dämpfern mit  $\dot{v}$  bezeichnet. In Tabelle B.1 bzw. Tabelle B.2 sind die Längen- bzw. Geschwindigkeitsänderungen für die einzelnen Verschiebungen und die einzelnen Verdrehungen zusammengefasst. Die tiefgestellten Indizes kennzeichnen die Lage der Feder bzw. der Dämpfer (Indizes  $p,s$ : Federungsstufe; Indizes  $x,y,z$ : Richtung der Feder bzw. der Dämpfer; Indizes  $l,r$ : linke oder rechte Feder bzw. linker oder rechter Dämpfer) und die hochgestellten Indizes den zugehörigen Radsatz bzw. den zugehörigen Drehgestellrahmen (Index  $b$ : Drehgestellrahmen  $i$ ; Index  $w_j$ : Radsatz  $j$ ). Bei der Ermittlung der Längen- und der Geschwindigkeitsänderungen bei einer Verdrehung werden diese mittels Sinus des Drehwinkels ausgedrückt und die ermittelten Beziehungen werden durch Anwendung der Kleinwinkelnäherung vereinfacht.

Die Feder- und die Dämpferkräfte werden im weiteren Verlauf mit  $F_c$  bzw. mit  $F_d$  bezeichnet. Die Berechnung der Kräfte erfolgt mithilfe der allgemein bekannten Beziehungen

$$F_c = c \cdot v \quad (\text{B.1})$$

bzw.

$$F_d = d \cdot \dot{v} \quad (\text{B.2})$$

wobei der Proportionalitätsfaktor  $c$  bzw.  $d$  die Federsteifigkeit bzw. die Dämpfungskonstante darstellt. In Tabelle B.3 bzw. Tabelle B.4 sind die Feder- bzw. die Dämpferkräfte, die sich nach der Überlagerung der einzelnen Längen- bzw. Geschwindigkeitsänderungen und der Anwendung der oben genannten Beziehungen ergeben, zusammengestellt. Die zusätzlichen tiefgestellten Indizes kennzeichnen wiederum die Lage der Feder bzw. der Dämpfer und die hochgestellten Indizes den zugehörigen Radsatz bzw. den zugehörigen Drehgestellrahmen.

## Anhang B. Herleitung des analytischen Modells

	$y_c$	$\psi_c$	$\theta_c$	$y_{b_1}$	$\psi_{b_1}$	$\theta_{b_1}$	$y_{b_2}$	$\psi_{b_2}$	$\theta_{b_2}$	$y_{w_1}$	$\psi_{w_1}$	$y_{w_2}$	$\psi_{w_2}$	$y_{w_3}$	$\psi_{w_3}$	$y_{w_4}$	$\psi_{w_4}$
$v_{pxr}^{w_1}$	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0
$v_{pxl}^{w_1}$	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0
$v_{pyr}^{w_1}$	0	0	0	1	$b$	$-h_{bp}$	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pyl}^{w_1}$	0	0	0	-1	$-b$	$h_{bp}$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pZR}^{w_1}$	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pZl}^{w_1}$	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pxr}^{w_2}$	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0
$v_{pxl}^{w_2}$	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0
$v_{pyr}^{w_2}$	0	0	0	1	$-b$	$-h_{bp}$	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
$v_{pyl}^{w_2}$	0	0	0	-1	$b$	$h_{bp}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$v_{pZR}^{w_2}$	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pZl}^{w_2}$	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{syr}^{b_1}$	1	$l$	$-h_{cs_1}$	-1	0	$-h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{syl}^{b_1}$	-1	$-l$	$h_{cs_1}$	1	0	$h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{sZr}^{b_1}$	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	$e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{sZl}^{b_1}$	0	0	$e_{s_1}$	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pxr}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0
$v_{pxl}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0
$v_{pyr}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	1	$b$	$-h_{bp}$	0	0	0	0	-1	0	0	0
$v_{pyl}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	-1	$-b$	$h_{bp}$	0	0	0	0	1	0	0	0
$v_{pZR}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pZl}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pxr}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$
$v_{pxl}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$
$v_{pyr}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	1	$-b$	$-h_{bp}$	0	0	0	0	0	0	-1	0
$v_{pyl}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$b$	$h_{bp}$	0	0	0	0	0	0	1	0
$v_{pZR}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{pZl}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{syr}^{b_2}$	1	$-l$	$-h_{cs_1}$	0	0	0	-1	0	$-h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{syl}^{b_2}$	-1	$l$	$h_{cs_1}$	0	0	0	1	0	$h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{sZr}^{b_2}$	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	0	0	0	$e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_{sZl}^{b_2}$	0	0	$e_{s_1}$	0	0	0	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle B.1.: Längenänderungen in den Federn für die einzelnen Verschiebungen bzw. Verdrehungen

## Anhang B. Herleitung des analytischen Modells

	$y_c$	$\psi_c$	$\theta_c$	$y_{b_1}$	$\psi_{b_1}$	$\theta_{b_1}$	$y_{b_2}$	$\psi_{b_2}$	$\theta_{b_2}$	$y_{w_1}$	$\psi_{w_1}$	$y_{w_2}$	$\psi_{w_2}$	$y_{w_3}$	$\psi_{w_3}$	$y_{w_4}$	$\psi_{w_4}$
$\dot{v}_{pxr}^{w_1}$	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pxl}^{w_1}$	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pyr}^{w_1}$	0	0	0	1	$b$	$-h_{bp}$	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pyl}^{w_1}$	0	0	0	-1	$-b$	$h_{bp}$	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pZR}^{w_1}$	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pZl}^{w_1}$	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pxr}^{w_2}$	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0
$\dot{v}_{pxl}^{w_2}$	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0
$\dot{v}_{pyr}^{w_2}$	0	0	0	1	$-b$	$-h_{bp}$	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pyl}^{w_2}$	0	0	0	-1	$b$	$h_{bp}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pZR}^{w_2}$	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pZl}^{w_2}$	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{syr}^{b_1}$	1	$l$	$-h_{cs_1}$	-1	0	$-h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{syl}^{b_1}$	-1	$-l$	$h_{cs_1}$	-	0	$h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{sZr}^{b_1}$	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	$e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{sZl}^{b_1}$	0	0	$e_{s_1}$	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pxr}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0
$\dot{v}_{pxl}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0
$\dot{v}_{pyr}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	1	$b$	$-h_{bp}$	0	0	0	0	-1	0	0	0
$\dot{v}_{pyl}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	-1	$-b$	$h_{bp}$	0	0	0	0	1	0	0	0
$\dot{v}_{pZR}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pZl}^{w_3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pxr}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$
$\dot{v}_{pxl}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$
$\dot{v}_{pyr}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	1	$-b$	$-h_{bp}$	0	0	0	0	0	0	-1	0
$\dot{v}_{pyl}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	-1	$b$	$h_{bp}$	0	0	0	0	0	0	1	0
$\dot{v}_{pZR}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{pZl}^{w_4}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$e_p$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{syr}^{b_2}$	1	$-l$	$-h_{cs_1}$	0	0	0	-1	0	$-h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{syl}^{b_2}$	-1	$l$	$h_{cs_1}$	0	0	0	1	0	$h_{bs_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{sZr}^{b_2}$	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	0	0	0	$e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$\dot{v}_{sZl}^{b_2}$	0	0	$e_{s_1}$	0	0	0	0	0	$-e_{s_1}$	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle B.2.: Geschwindigkeitsänderungen in den Dämpfern für die einzelnen Verschiebungen bzw. Verdrehungen

Anhang B. Herleitung des analytischen Modells

$F_{c,pxr}^{w_1}$	$\frac{c_{px}}{2} (e_p \cdot \psi_{b_1} - e_p \cdot \psi_{w_1})$
$F_{c,pxl}^{w_1}$	$\frac{c_{px}}{2} (-e_p \cdot \psi_{b_1} + e_p \cdot \psi_{w_1})$
$F_{c,pyr}^{w_1}$	$\frac{c_{py}}{2} (y_{b_1} + b \cdot \psi_{b_1} - h_{bp} \cdot \theta_{b_1} - y_{w_1})$
$F_{c,pyl}^{w_1}$	$\frac{c_{py}}{2} (-y_{b_1} - b \cdot \psi_{b_1} + h_{bp} \cdot \theta_{b_1} + y_{w_1})$
$F_{c,pzr}^{w_1}$	$-\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_1}$
$F_{c,pzl}^{w_1}$	$\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_1}$
$F_{c,pxr}^{w_2}$	$\frac{c_{px}}{2} (-e_p \cdot \psi_{b_1} + e_p \cdot \psi_{w_2})$
$F_{c,pxl}^{w_2}$	$\frac{c_{px}}{2} (e_p \cdot \psi_{b_1} - e_p \cdot \psi_{w_2})$
$F_{c,pyr}^{w_2}$	$\frac{c_{py}}{2} (y_{b_1} - b \cdot \psi_{b_1} - h_{bp} \cdot \theta_{b_1} - y_{w_2})$
$F_{c,pyl}^{w_2}$	$\frac{c_{py}}{2} (-y_{b_1} + b \cdot \psi_{b_1} + h_{bp} \cdot \theta_{b_1} + y_{w_2})$
$F_{c,pzr}^{w_2}$	$-\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_1}$
$F_{c,pzl}^{w_2}$	$\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_1}$
$F_{c,syr}^{b_1}$	$\frac{c_{sy}}{2} (y_c + l \cdot \psi_c - h_{cs_1} \cdot \theta_c - y_{b_1} - h_{bs_1} \cdot \theta_{b_1})$
$F_{c,syl}^{b_1}$	$\frac{c_{sy}}{2} (-y_c - l \cdot \psi_c + h_{cs_1} \cdot \theta_c + y_{b_1} + h_{bs_1} \cdot \theta_{b_1})$
$F_{c,szr}^{b_1}$	$\frac{c_{sz}}{2} (-e_{s_1} \cdot \theta_c + e_{s_1} \cdot \theta_{b_1})$
$F_{c,szl}^{b_1}$	$\frac{c_{sz}}{2} (e_{s_1} \cdot \theta_c - e_{s_1} \cdot \theta_{b_1})$
$F_{c,pxr}^{w_3}$	$\frac{c_{px}}{2} (e_p \cdot \psi_{b_2} - e_p \cdot \psi_{w_3})$
$F_{c,pxl}^{w_3}$	$\frac{c_{px}}{2} (-e_p \cdot \psi_{b_2} + e_p \cdot \psi_{w_3})$
$F_{c,pyr}^{w_3}$	$\frac{c_{py}}{2} (y_{b_2} + b \cdot \psi_{b_2} - h_{bp} \cdot \theta_{b_2} - y_{w_3})$
$F_{c,pyl}^{w_3}$	$\frac{c_{py}}{2} (-y_{b_2} - b \cdot \psi_{b_2} + h_{bp} \cdot \theta_{b_2} + y_{w_3})$
$F_{c,pzr}^{w_3}$	$-\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_2}$
$F_{c,pzl}^{w_3}$	$\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_2}$
$F_{c,pxr}^{w_4}$	$\frac{c_{px}}{2} (-e_p \cdot \psi_{b_2} + e_p \cdot \psi_{w_4})$
$F_{c,pxl}^{w_4}$	$\frac{c_{px}}{2} (e_p \cdot \psi_{b_2} - e_p \cdot \psi_{w_4})$
$F_{c,pyr}^{w_4}$	$\frac{c_{py}}{2} (y_{b_2} - b \cdot \psi_{b_2} - h_{bp} \cdot \theta_{b_2} - y_{w_4})$
$F_{c,pyl}^{w_4}$	$\frac{c_{py}}{2} (-y_{b_2} + b \cdot \psi_{b_2} + h_{bp} \cdot \theta_{b_2} + y_{w_4})$
$F_{c,pzr}^{w_4}$	$-\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_2}$
$F_{c,pzl}^{w_4}$	$\frac{c_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \theta_{b_2}$
$F_{c,syr}^{b_2}$	$\frac{c_{sy}}{2} (y_c - l \cdot \psi_c - h_{cs_1} \cdot \theta_c - y_{b_2} - h_{bs_1} \cdot \theta_{b_2})$
$F_{c,syl}^{b_2}$	$\frac{c_{sy}}{2} (-y_c + l \cdot \psi_c + h_{cs_1} \cdot \theta_c + y_{b_2} + h_{bs_1} \cdot \theta_{b_2})$
$F_{c,szr}^{b_2}$	$\frac{c_{sz}}{2} (-e_{s_1} \cdot \theta_c + e_{s_1} \cdot \theta_{b_2})$
$F_{c,szl}^{b_2}$	$\frac{c_{sz}}{2} (e_{s_1} \cdot \theta_c - e_{s_1} \cdot \theta_{b_2})$

Tabelle B.3.: Federkräfte

Anhang B. Herleitung des analytischen Modells

$F_{d,pxr}^{w_1}$	$\frac{d_{px}}{2} (e_p \cdot \dot{\psi}_{b_1} - e_p \cdot \dot{\psi}_{w_1})$
$F_{d,pxl}^{w_1}$	$\frac{d_{px}}{2} (-e_p \cdot \dot{\psi}_{b_1} + e_p \cdot \dot{\psi}_{w_1})$
$F_{d,pyr}^{w_1}$	$\frac{d_{py}}{2} (\dot{y}_{b_1} + b \cdot \dot{\psi}_{b_1} - h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_1} - \dot{y}_{w_1})$
$F_{d,pyl}^{w_1}$	$\frac{d_{py}}{2} (-\dot{y}_{b_1} - b \cdot \dot{\psi}_{b_1} + h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_1} + \dot{y}_{w_1})$
$F_{d,pzr}^{w_1}$	$-\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_1}$
$F_{d,pzl}^{w_1}$	$\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_1}$
$F_{d,pxr}^{w_2}$	$\frac{d_{px}}{2} (-e_p \cdot \dot{\psi}_{b_1} + e_p \cdot \dot{\psi}_{w_2})$
$F_{d,pxl}^{w_2}$	$\frac{d_{px}}{2} (e_p \cdot \dot{\psi}_{b_1} - e_p \cdot \dot{\psi}_{w_2})$
$F_{d,pyr}^{w_2}$	$\frac{d_{py}}{2} (\dot{y}_{b_1} - b \cdot \dot{\psi}_{b_1} - h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_1} - \dot{y}_{w_2})$
$F_{d,pyl}^{w_2}$	$\frac{d_{py}}{2} (-\dot{y}_{b_1} + b \cdot \dot{\psi}_{b_1} + h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_1} + \dot{y}_{w_2})$
$F_{d,pzr}^{w_2}$	$-\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_1}$
$F_{d,pzl}^{w_2}$	$\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_1}$
$F_{d,syr}^{b_1}$	$\frac{d_{sy}}{2} (\dot{y}_c + l \cdot \dot{\psi}_c - h_{cs_2} \cdot \dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_1} - h_{bs_2} \cdot \dot{\theta}_{b_1})$
$F_{d,syl}^{b_1}$	$\frac{d_{sy}}{2} (-\dot{y}_c - l \cdot \dot{\psi}_c + h_{cs_2} \cdot \dot{\theta}_c + \dot{y}_{b_1} + h_{bs_2} \cdot \dot{\theta}_{b_1})$
$F_{d,szr}^{b_1}$	$\frac{d_{sz}}{2} (-e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_c + e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_{b_1})$
$F_{d,szl}^{b_1}$	$\frac{d_{sz}}{2} (e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_c - e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_{b_1})$
$F_{d,pxr}^{w_3}$	$\frac{d_{px}}{2} (e_p \cdot \dot{\psi}_{b_2} - e_p \cdot \dot{\psi}_{w_3})$
$F_{d,pxl}^{w_3}$	$\frac{d_{px}}{2} (-e_p \cdot \dot{\psi}_{b_2} + e_p \cdot \dot{\psi}_{w_3})$
$F_{d,pyr}^{w_3}$	$\frac{d_{py}}{2} (\dot{y}_{b_2} + b \cdot \dot{\psi}_{b_2} - h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_2} - \dot{y}_{w_3})$
$F_{d,pyl}^{w_3}$	$\frac{d_{py}}{2} (-\dot{y}_{b_2} - b \cdot \dot{\psi}_{b_2} + h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_2} + \dot{y}_{w_3})$
$F_{d,pzr}^{w_3}$	$-\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_2}$
$F_{d,pzl}^{w_3}$	$\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_2}$
$F_{d,pxr}^{w_4}$	$\frac{d_{px}}{2} (-e_p \cdot \dot{\psi}_{b_2} + e_p \cdot \dot{\psi}_{w_4})$
$F_{d,pxl}^{w_4}$	$\frac{d_{px}}{2} (e_p \cdot \dot{\psi}_{b_2} - e_p \cdot \dot{\psi}_{w_4})$
$F_{d,pyr}^{w_4}$	$\frac{d_{py}}{2} (\dot{y}_{b_2} - b \cdot \dot{\psi}_{b_2} - h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_2} - \dot{y}_{w_4})$
$F_{d,pyl}^{w_4}$	$\frac{d_{py}}{2} (-\dot{y}_{b_2} + b \cdot \dot{\psi}_{b_2} + h_{bp} \cdot \dot{\theta}_{b_2} + \dot{y}_{w_4})$
$F_{d,pzr}^{w_4}$	$-\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_2}$
$F_{d,pzl}^{w_4}$	$\frac{d_{pz}}{2} \cdot e_p \cdot \dot{\theta}_{b_2}$
$F_{d,syr}^{b_2}$	$\frac{d_{sy}}{2} (\dot{y}_c - l \cdot \dot{\psi}_c - h_{cs_2} \cdot \dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_2} - h_{bs_2} \cdot \dot{\theta}_{b_2})$
$F_{d,syl}^{b_2}$	$\frac{d_{sy}}{2} (-\dot{y}_c + l \cdot \dot{\psi}_c + h_{cs_2} \cdot \dot{\theta}_c + \dot{y}_{b_2} + h_{bs_2} \cdot \dot{\theta}_{b_2})$
$F_{d,szr}^{b_2}$	$\frac{d_{sz}}{2} (-e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_c + e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_{b_2})$
$F_{d,szl}^{b_2}$	$\frac{d_{sz}}{2} (e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_c - e_{s_2} \cdot \dot{\theta}_{b_2})$

Tabelle B.4.: Dämpferkräfte

Die Modellierung der Schlingerdämpfer erfolgt, wie bereits erwähnt, durch eine Feder-Dämpfer-Serienschaltung in longitudinaler Richtung. Für eine Feder-Dämpfer-Serienschaltung gilt im Allgemeinen

$$F = c \cdot v_1 = d \cdot \dot{v}_2 \quad (\text{B.3})$$

wobei

$$\dot{v}_1 + \dot{v}_2 = \dot{v} \quad (\text{B.4})$$

gilt. Im weiteren Verlauf werden die Kräfte in den Schlingerdämpfern mit  $F_{sd}$  bezeichnet. Mithilfe der oben genannten Beziehungen erhält man somit

$$\begin{aligned} F_{sd,l}^{b_1} &= \frac{c_{sx}}{2} \cdot v_{sxl}^{b_1} \\ F_{sd,r}^{b_1} &= \frac{c_{sx}}{2} \cdot v_{sxr}^{b_1} \\ F_{sd,l}^{b_2} &= \frac{c_{sx}}{2} \cdot v_{sxl}^{b_2} \\ F_{sd,r}^{b_2} &= \frac{c_{sx}}{2} \cdot v_{sxr}^{b_2} \end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned} \dot{v}_{sxl}^{b_1} &= e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_c - e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_{b_1} - \frac{c_{sx}}{d_{sx}} \cdot v_{sxl}^{b_1} \\ \dot{v}_{sxr}^{b_1} &= -e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_c + e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_{b_1} - \frac{c_{sx}}{d_{sx}} \cdot v_{sxl}^{b_1} \\ \dot{v}_{sxl}^{b_2} &= e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_c - e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_{b_2} - \frac{c_{sx}}{d_{sx}} \cdot v_{sxl}^{b_2} \\ \dot{v}_{sxr}^{b_2} &= -e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_c + e_{s_2} \cdot \dot{\psi}_{b_2} - \frac{c_{sx}}{d_{sx}} \cdot v_{sxl}^{b_2} \end{aligned}$$

gilt. Die Aktuatorkräfte werden im weiteren Verlauf mit  $F_a$  bezeichnet und es gilt

$$\begin{aligned} F_{a,l}^{b_1} &= F_{a,r}^{b_1} = \frac{f_{s_1}}{2} \\ F_{a,l}^{b_2} &= F_{a,r}^{b_2} = \frac{f_{s_2}}{2} \end{aligned}$$

Der zusätzliche tiefgestellte Index besagt, ob es sich dabei um einen linken oder einen rechten Schlingerdämpfer bzw. Aktuator handelt, und der hochgestellte Index kennzeichnet den zugehörigen Drehgestellrahmen.

### B.3. Aufstellen der Bewegungsgleichungen mittels Impuls- und Drallsätze

Nach dem Freischneiden der einzelnen Masse, für die die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden sollen, werden die Feder- und die Dämpferkräfte

sowie die Aktuatorkräfte als Reaktionskräfte auf die freigeschnittenen Massen aufgetragen. Im Rad/Schiene-Kontaktpunkt werden zusätzlich noch die Tangentialkräfte eingeführt. Für die Modellierung der Tangentialkräfte wird das lineare Modell von Kalker verwendet. Die Anwendung der Impuls- und Drallsätze führt zu folgenden Bewegungsgleichungen für den Wagenkasten

$$\begin{aligned}
 m_c \ddot{y}_c &= F_{c,syl}^{b_1} - F_{c,syr}^{b_1} + F_{d,syl}^{b_1} - F_{d,syr}^{b_1} + \\
 &F_{c,syl}^{b_2} - F_{c,syr}^{b_2} + F_{d,syl}^{b_2} - F_{d,syr}^{b_2} + \\
 &F_{a,l}^{b_1} + F_{a,r}^{b_1} + F_{a,l}^{b_2} + F_{a,r}^{b_2}
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cz} \ddot{\psi}_c &= F_{c,syl}^{b_1} \cdot l - F_{c,syr}^{b_1} \cdot l + F_{d,syl}^{b_1} \cdot l - F_{d,syr}^{b_1} \cdot l + \\
 &F_{c,syl}^{b_2} \cdot l - F_{c,syr}^{b_2} \cdot l + F_{d,syl}^{b_2} \cdot l - F_{d,syr}^{b_2} \cdot l + \\
 &F_{sd,r}^{b_1} \cdot e_{s_2} - F_{sd,l}^{b_1} \cdot e_{s_2} + F_{sd,r}^{b_2} \cdot e_{s_2} - F_{sd,l}^{b_2} \cdot e_{s_2} + \\
 &F_{a,l}^{b_1} \cdot l + F_{a,r}^{b_1} \cdot l - F_{a,l}^{b_2} \cdot l - F_{a,r}^{b_2} \cdot l
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cx} \ddot{\theta}_c &= F_{c,szr}^{b_1} \cdot e_{s_1} - F_{c,szl}^{b_1} \cdot e_{s_1} + F_{d,szr}^{b_1} \cdot e_{s_2} - F_{d,szl}^{b_1} \cdot e_{s_2} + \\
 &F_{c,szr}^{b_2} \cdot e_{s_1} - F_{c,szl}^{b_2} \cdot e_{s_1} + F_{d,szr}^{b_2} \cdot e_{s_2} - F_{d,szl}^{b_2} \cdot e_{s_2} + \\
 &F_{c,syr}^{b_1} \cdot h_{cs_1} - F_{c,syl}^{b_1} \cdot h_{cs_1} + F_{d,syr}^{b_1} \cdot h_{cs_2} - F_{d,syl}^{b_1} \cdot h_{cs_2} + \\
 &F_{c,syr}^{b_2} \cdot h_{cs_1} - F_{c,syl}^{b_2} \cdot h_{cs_1} + F_{d,syr}^{b_2} \cdot h_{cs_2} - F_{d,syl}^{b_2} \cdot h_{cs_2} - \\
 &F_{a,l}^{b_1} \cdot h_{cs_2} - F_{a,r}^{b_1} \cdot h_{cs_2} - F_{a,l}^{b_2} \cdot h_{cs_2} - F_{a,r}^{b_2} \cdot h_{cs_2}
 \end{aligned} \tag{B.7}$$

Die Bewegungsgleichungen für die beiden Drehgestellrahmen, die sich durch die Anwendung der Impuls- und Drallsätze ergeben, lassen sich wie folgt zusammenfassen

$$\begin{aligned}
 m_b \ddot{y}_{b_i} &= F_{c,syr}^{b_i} - F_{c,syl}^{b_i} + F_{d,syr}^{b_i} - F_{d,syl}^{b_i} + \\
 &F_{c,pyl}^{w(2i-1)} - F_{c,pyr}^{w(2i-1)} + F_{d,pyl}^{w(2i-1)} - F_{d,pyr}^{w(2i-1)} + \\
 &F_{c,pyl}^{w_{2i}} - F_{c,pyr}^{w_{2i}} + F_{d,pyl}^{w_{2i}} - F_{d,pyr}^{w_{2i}} - \\
 &F_{a,l}^{b_i} - F_{a,r}^{b_i}
 \end{aligned} \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
 I_{bz} \ddot{\psi}_{b_i} &= F_{sd,l}^{b_i} \cdot e_{s_2} - F_{sd,r}^{b_i} \cdot e_{s_2} + \\
 &F_{c,pyl}^{w(2i-1)} \cdot b - F_{c,pyr}^{w(2i-1)} \cdot b + F_{d,pyl}^{w(2i-1)} \cdot b - F_{d,pyr}^{w(2i-1)} \cdot b + \\
 &F_{c,pyl}^{w_{2i}} \cdot b - F_{c,pyr}^{w_{2i}} \cdot b + F_{d,pyl}^{w_{2i}} \cdot b - F_{d,pyr}^{w_{2i}} \cdot b + \\
 &F_{c,pxl}^{w(2i-1)} \cdot e_p - F_{c,pxr}^{w(2i-1)} \cdot e_p + F_{d,pxl}^{w(2i-1)} \cdot e_p - F_{d,pxr}^{w(2i-1)} \cdot e_p + \\
 &F_{c,pxr}^{w_{2i}} \cdot e_p - F_{c,pxl}^{w_{2i}} \cdot e_p + F_{d,pxr}^{w_{2i}} \cdot e_p - F_{d,pdl}^{w_{2i}} \cdot e_p
 \end{aligned} \tag{B.9}$$

$$\begin{aligned}
 I_{bz}\ddot{\theta}_{b_i} = & F_{c,szl}^{b_i} \cdot e_{s_1} - F_{c,szr}^{b_i} \cdot e_{s_1} + F_{d,szl}^{b_i} \cdot e_{s_2} - F_{d,szr}^{b_i} \cdot e_{s_2} + \\
 & F_{c,syr}^{b_i} \cdot h_{bs_i} - F_{c,syl}^{b_i} \cdot h_{bs_i} + F_{d,syr}^{b_i} \cdot h_{bs_2} - F_{d,syl}^{b_i} \cdot h_{bs_2} + \\
 & F_{c,pzr}^{w(2i-1)} \cdot e_p - F_{c,pzl}^{w(2i)} \cdot e_p + F_{d,pzr}^{w(2i-1)} \cdot e_p - F_{d,pzl}^{w(2i-1)} \cdot e_p \\
 & F_{c,pzr}^{w2i} \cdot e_p - F_{c,pzl}^{w2i} \cdot e_p + F_{d,pzr}^{w2i} \cdot e_p - F_{d,pzl}^{w2i} \cdot e_p + \\
 & F_{c,pyr}^{w(2i-1)} \cdot h_{bp} - F_{c,pyl}^{w(2i-1)} \cdot h_{bp} + F_{d,pyr}^{w(2i-1)} \cdot h_{bp} - F_{d,pyl}^{w(2i-1)} \cdot h_{bp} + \\
 & F_{c,pyr}^{w2i} \cdot h_{bp} - F_{c,pyl}^{w2i} \cdot h_{bp} + F_{d,pyr}^{w2i} \cdot h_{bp} - F_{d,pyl}^{w2i} \cdot h_{bp} - \\
 & F_{a,l}^{b_i} \cdot h_{bs_2} - F_{a,r}^{b_i} \cdot h_{bs_2}
 \end{aligned} \tag{B.10}$$

wobei  $i = 1, 2$ . Letztendlich können die Bewegungsgleichungen für die vier Radsätze, die sich durch die Anwendung der Impuls- und Drallsätze ergeben, folgendermaßen zusammengefasst werden

$$m_w \ddot{y}_{w_j} = F_{c,pyr}^{w_j} - F_{c,pyl}^{w_j} + F_{d,pyr}^{w_j} - F_{d,pyl}^{w_j} - T_{y,l} - T_{y,r} - 2Q\zeta \tag{B.11}$$

$$\begin{aligned}
 I_{wz} \ddot{\psi}_{w_j} = & F_{c,pxr}^{w_j} \cdot e_p - F_{c,pxl}^{w_j} \cdot e_p + F_{d,pxr}^{w_j} \cdot e_p - F_{d,pxl}^{w_j} \cdot e_p + \\
 & T_{x,l} \cdot a - T_{x,r} \cdot a - M_{z,l} - M_{z,r} + 2Q\chi
 \end{aligned} \tag{B.12}$$

wobei  $j = 1, 2, 3, 4$ .

## B.4. Ermittlung der endgültigen Bewegungsgleichungen

Schließlich müssen nur noch die in B.2 ermittelten Kräfte in Gleichungen (B.5)-(B.12) eingesetzt werden. Nach der Einsetz- und Sortierarbeit ergeben sich die gesuchten Bewegungsgleichungen zu

$$\begin{aligned}
 m_c \ddot{y}_c = & -c_{sy}(2y_c - 2h_{cs_1}\theta_c - y_{b_1} - y_{b_2} - h_{bs_1}\theta_{b_1} - h_{bs_1}\theta_{b_2}) \\
 & -d_{sy}(2\dot{y}_c - 2h_{cs_2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_1} - \dot{y}_{b_2} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_1} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_2}) \\
 & + f_{s_1} + f_{s_2}
 \end{aligned} \tag{B.13}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cz} \ddot{\psi}_c = & -c_{sy}(2l\psi_c - y_{b_1} + y_{b_2} - h_{bs_1}\theta_{b_1} + h_{bs_1}\theta_{b_2})l \\
 & -d_{sy}(2l\dot{\psi}_c - \dot{y}_{b_1} + \dot{y}_{b_2} - h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_1} + h_{bs_2}\dot{\theta}_{b_2})l \\
 & + \frac{c_{sx}}{2}(v_{sxr}^{b_1} + v_{sxr}^{b_2} - v_{sxl}^{b_1} - v_{sxl}^{b_2})e_{s_2} + (f_{s_1} - f_{s_2})l
 \end{aligned} \tag{B.14}$$

$$\begin{aligned}
 I_{cx}\ddot{\theta}_c &= c_{sy}(2y_c - 2h_{cs1}\theta_c - y_{b1} - y_{b2} - h_{bs1}\theta_{b1} - h_{bs1}\theta_{b2})h_{cs1} \\
 &\quad + d_{sy}(2\dot{y}_c - 2h_{cs2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b1} - \dot{y}_{b2} - h_{bs2}\dot{\theta}_{b1} - h_{bs2}\dot{\theta}_{b2})h_{cs2} \\
 &\quad - c_{sz}(2\theta_c - \theta_{b1} - \theta_{b2})e_{s1}^2 - d_{sz}(2\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{b1} - \dot{\theta}_{b2})e_{s2}^2 \\
 &\quad - (f_{s1} + f_{s2})h_{cs2}
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\begin{aligned}
 m_b\ddot{y}_{b_i} &= c_{sy}(y_c - (-1)^i l\psi_c - h_{cs1}\theta_c - y_{b_i} - h_{bs1}\theta_{b_i}) \\
 &\quad + d_{sy}(\dot{y}_c - (-1)^i l\dot{\psi}_c - h_{cs2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_i} - h_{bs2}\dot{\theta}_{b_i}) \\
 &\quad - c_{py}(2y_{b_i} - 2h_{bp}\theta_{b_i} - y_{w(2i-1)} - y_{w_{2i}}) \\
 &\quad - d_{py}(2\dot{y}_{b_i} - 2h_{bp}\dot{\theta}_{b_i} - \dot{y}_{w(2i-1)} - \dot{y}_{w_{2i}}) - f_{s_i}
 \end{aligned} \tag{B.16}$$

$$\begin{aligned}
 I_{bz}\ddot{\psi}_{b_i} &= -c_{px}(2\psi_{b_i} - \psi_{w(2i-1)} - \psi_{w_{2i}})e_p^2 \\
 &\quad - d_{px}(2\dot{\psi}_{b_i} - \dot{\psi}_{w(2i-1)} - \dot{\psi}_{w_{2i}})e_p^2 \\
 &\quad - c_{py}b(2b\psi_{b_i} - y_{w(2i-1)} + y_{w_{2i}}) \\
 &\quad - d_{py}b(2b\dot{\psi}_{b_i} - \dot{y}_{w(2i-1)} + \dot{y}_{w_{2i}}) + \frac{c_{sx}}{2}(v_{sxl}^{b_i} - v_{sxr}^{b_i})e_{s2}
 \end{aligned} \tag{B.17}$$

$$\begin{aligned}
 I_{bx}\ddot{\theta}_{b_i} &= c_{sy}h_{bs1}(y_c - (-1)^i l\psi_c - h_{cs1}\theta_c - y_{b_i} - h_{bs1}\theta_{b_i}) \\
 &\quad + d_{sy}h_{bs2}(\dot{y}_c - (-1)^i l\dot{\psi}_c - h_{cs2}\dot{\theta}_c - \dot{y}_{b_i} - h_{bs2}\dot{\theta}_{b_i}) \\
 &\quad + c_{py}h_{bp}(2y_{b_i} - 2h_{bp}\theta_{b_i} - y_{w(2i-1)} - y_{w_{2i}}) \\
 &\quad + d_{py}h_{bp}(2\dot{y}_{b_i} - 2h_{bp}\dot{\theta}_{b_i} - \dot{y}_{w(2i-1)} - \dot{y}_{w_{2i}}) \\
 &\quad + c_{sz}(\theta_c - \theta_{b_i})e_{s1}^2 + d_{sz}(\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{b_i})e_{s2}^2 - 2c_{pz}e_p^2\theta_{b_i} \\
 &\quad - 2d_{pz}e_p^2\dot{\theta}_{b_i} - f_{s_i}h_{bs2}
 \end{aligned} \tag{B.18}$$

$$\begin{aligned}
 m_w\ddot{y}_{w_j} &= c_{py}(y_{b_i} - (-1)^j b\psi_{b_i} - h_{bp}\theta_{b_i} - y_{w_j}) \\
 &\quad + d_{py}(\dot{y}_{b_i} - (-1)^j b\dot{\psi}_{b_i} - h_{bp}\dot{\theta}_{b_i} - \dot{y}_{w_j}) \\
 &\quad - 2f_{22}[-\psi_{w_j} + \frac{1}{v_0}(1 + \sigma\frac{r_0}{a})\dot{y}_{w_j}] \\
 &\quad - 2f_{23}[-\frac{\varepsilon}{r_0}y_{w_j} + \frac{1}{v_0}\dot{\psi}_{w_j}] - Q\frac{\varepsilon}{a}y_{w_j}
 \end{aligned} \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned}
 I_{wz}\ddot{\psi}_{w_j} &= c_{px}(\psi_{b_i} - \psi_{w_j})e_p^2 + d_{px}(\dot{\psi}_{b_i} - \dot{\psi}_{w_j})e_p^2 \\
 &\quad - 2f_{11}\left(\frac{a\lambda}{r_0}y_{w_j} + \frac{a^2}{v_0}\dot{\psi}_{w_j}\right) \\
 &\quad + 2f_{32}\left[\psi_{w_j} - \frac{1}{v_0}\left(1 + \sigma\frac{r_0}{a}\right)\dot{y}_{w_j}\right] \\
 &\quad + 2f_{33}\left[\frac{\varepsilon}{r_0}y_{w_j} - \frac{1}{v_0}\dot{\psi}_{w_j}\right] + Qa\varepsilon\psi_{w_j}
 \end{aligned} \tag{B.20}$$

wobei  $i = 1, 2$ ,  $j = 1, 2$  falls  $i = 1$  und  $j = 3, 4$  falls  $i = 2$ .

# Anhang C.

## Parameterliste

Bezeichnung	Einheit	Beschreibung
$v$	$m/s$	Fahrgeschwindigkeit
$m_c$	$kg$	Masse des Wagenkastens
$m_b$	$kg$	Masse des Drehgestellrahmens
$m_w$	$kg$	Masse des Radsatzes
$I_{cx}$	$kgm^2$	Trägheitsmoment des Wagenkastens um die Längsachse
$I_{cz}$	$kgm^2$	Trägheitsmoment des Wagenkastens um die Vertikalachse
$I_{bx}$	$kgm^2$	Trägheitsmoment des Drehgestellrahmens um die Längsachse
$I_{bz}$	$kgm^2$	Trägheitsmoment des Drehgestellrahmens um die Vertikalachse
$I_{wz}$	$kgm^2$	Trägheitsmoment des Radsatzes um die Vertikalachse
$c_{px}$	$N/m$	Doppelte Primärsteifigkeit in Längsrichtung
$c_{py}$	$N/m$	Doppelte Primärsteifigkeit in Lateralrichtung
$c_{pz}$	$N/m$	Doppelte Primärsteifigkeit in Vertikalrichtung
$d_{px}$	$Ns/m$	Doppelte Primärdämpfung in Längsrichtung
$d_{py}$	$Ns/m$	Doppelte Primärdämpfung in Lateralrichtung
$d_{pz}$	$Ns/m$	Doppelte Primärdämpfung in Vertikalrichtung
$c_{sx}$	$N/m$	Doppelte Sekundärsteifigkeit in Längsrichtung
$c_{sy}$	$N/m$	Doppelte Sekundärsteifigkeit in Lateralrichtung
$c_{sz}$	$N/m$	Doppelte Sekundärsteifigkeit in Vertikalrichtung
$d_{sx}$	$Ns/m$	Doppelte Sekundärdämpfung in Längsrichtung
$d_{sy}$	$Ns/m$	Doppelte Sekundärdämpfung in Lateralrichtung
$d_{sz}$	$Ns/m$	Doppelte Sekundärdämpfung in Vertikalrichtung
$a$	$m$	Halber Abstand zwischen Kontaktpunkten bei zentrischer Radsatzstellung
$b$	$m$	Halber Radsatzabstand
$l$	$m$	Halber Abstand zwischen beiden Drehgestellschwerpunkten

## Anhang C. Parameterliste

---

$h_{cs1}$	$m$	Vertikaler Abstand vom Wagenkastenschwerpunkt zu Lateralfeder in Sekundärstufe
$h_{cs2}$	$m$	Vertikaler Abstand vom Wagenkastenschwerpunkt zu Lateraldämpfer in Sekundärstufe
$h_{bs1}$	$m$	Vertikaler Abstand vom Drehgestellschwerpunkt zu Lateralfeder in Sekundärstufe
$h_{bs2}$	$m$	Vertikaler Abstand vom Drehgestellschwerpunkt zu Lateraldämpfer in Sekundärstufe
$h_{bp}$	$m$	Vertikaler Abstand vom Drehgestellschwerpunkt zu Lateralfeder und Lateraldämpfer in Primärstufe
$e_{s1}$	$m$	Lateraler Abstand vom Drehgestellschwerpunkt zu Vertikalfeder in Sekundärstufe
$e_{s2}$	$m$	Lateraler Abstand vom Drehgestellschwerpunkt zu Längs- und Vertikaldämpfer in Sekundärstufe
$e_p$	$m$	Lateraler Abstand vom Radsatzschwerpunkt zu Längs- und Vertikalfeder/dämpfer in Primärstufe
$f_{11}$	$N$	Schlupfkoeffizient in Längsrichtung
$f_{22}$	$N$	Schlupfkoeffizient in Lateralrichtung
$f_{23}$	$Nm$	Bohrschlupfkoeffizient
$f_{32}$	$Nm$	Bohrschlupfkoeffizient
$f_{33}$	$Nm^2$	Bohrschlupfkoeffizient
$r_0$	$m$	Radradius
$\lambda$	–	Konizität
$\sigma$	–	Rollwinkeldifferenzparameter
$\varepsilon$	–	Normierter Kontaktwinkeldifferenzparameter
$Q$	$N$	Radsatzlast
$\zeta$	$1/m$	Koeffizient der Gravitationssteifigkeit der Lateralverschiebung
$\chi$	$m$	Koeffizient der Gravitationssteifigkeit des Wendewinkels

---